

ИСТОРИЯ И МЕТОДОЛОГИЯ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

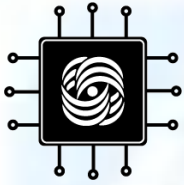
Лекция 5: Новое Время

ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова, Кафедра АСВК
к.ф.-м.н., доцент Волканов Д.Ю.



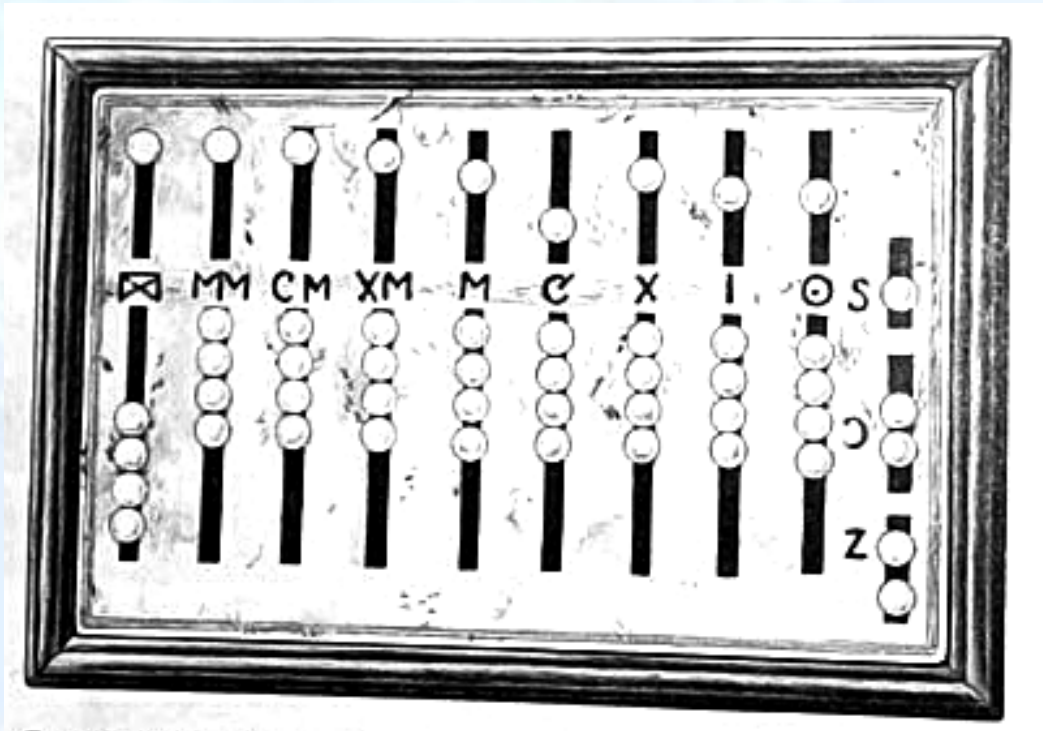
План лекции

- Логарифмы
- Рене Декарт
- Пьер Ферма
- Блез Паскаль и его вычислительная машина
- Предпосылки создания математического анализа
- Исаак Ньютон
- Готфрид Лейбниц
- Развитие математического анализа в XVIII веке

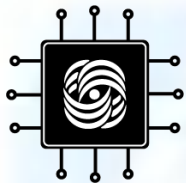


Абак (1)

- Костяшки на прутьях для вычислений
- Используется в Азии!



Древнеримский абак

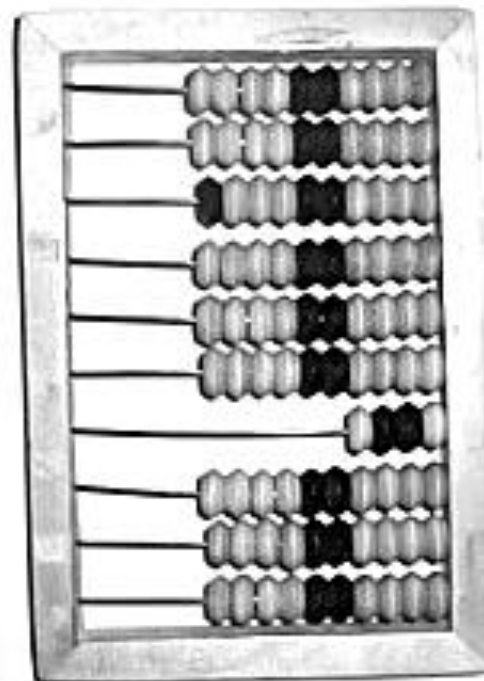


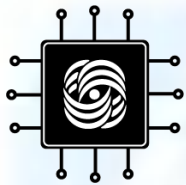
Абак (2)



Китайские счеты -
«суаньпань»

Русские счеты





Создание логарифмов

$$ab = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{4}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

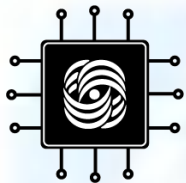
Иост Бюрги (1552-1632)



0, 10, 20, ...

100 000 000, 100 010 000, 100 020 001, ...,

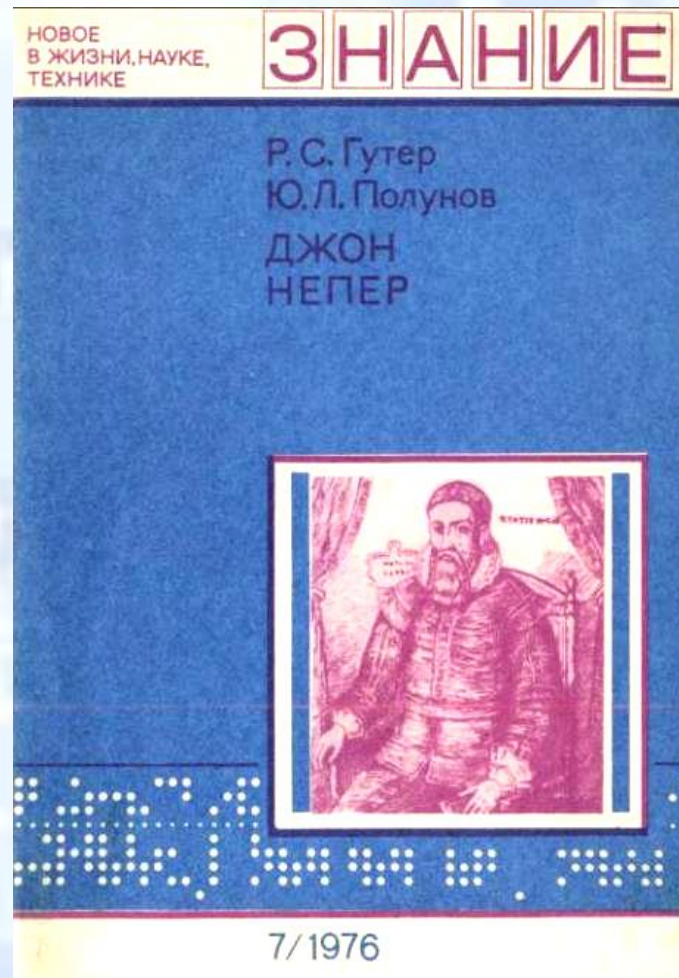
$$10^8 \cdot 1,0001^n \quad \log_{10} \sqrt[6]{1,0001}$$



Джон Непер (1550-1617)



«Простое объяснение всего откровения Святого Иоанна» (1593)



«Описание удивительной таблицы логарифмов»

Gr.

9

9 min	Sinus	Logarithmi	+ -		Logarithmi	Sinus	
0	1564345	18551174	18427293	123881	9876883	60	
1	1567218	18532826	18408484	124142	9876427	59	
2	1570091	18514511	18389707	124804	9875971	58	
3	1572964	18496231	18370904	125267	9875514	57	
4	1575837	18477984	18352153	125731	9875056	56	
5	1578709	18459772	18333576	126196	9874597	55	
6	1581581	18441594	18314933	126661	9874137	54	
7	1584453	18423451	18296324	127127	9873677	53	
8	1587325	18405341	18277747	127594	9873216	52	
9	1590197	18387265	18259203	128062	9872754	51	
10	1593069	18369223	18240692	128531	9872291	50	
11	1595941	18351244	18222213	129001	9871827	49	
12	1598812	18333327	18203765	129472	9871362	48	
13	1601684	18315294	18185351	129943	9870897	47	
14	1604555	18297384	18166969	130415	9870431	46	
15	1607426	18279507	18148619	130888	9869964	45	
16	1610297	18261663	18130301	131362	9869496	44	
17	1613168	18243851	18112014	131837	9869027	43	
18	1616038	18226071	18093758	132313	9868557	42	
19	1618909	18208323	18075533	132790	9868087	41	
20	1621779	18190606	18057328	133268	9867616	40	
21	1624649	18172924	18039177	133747	9867144	39	
22	1627519	18155273	18021047	134226	9866671	38	
23	1630389	18137654	18002948	134706	9866197	37	
24	1633259	18120067	17984880	135187	9865722	36	
25	1636129	18102511	17966842	135669	9865246	35	
26	1638999	18084987	17948835	136152	9864770	34	
27	1641868	18067495	17930859	136636	9864293	33	
28	1644738	18050034	17912913	137121	9863815	32	
29	1647607	18032604	17894997	137607	9863336	31	
30	1650476	18015207	17877114	138093	9862856	30	

80

❖ 1617 – «Первая тысяча логарифмов»
Генри Бригса

❖ 1618 – в приложении ко 2-му изданию
«Описания» Непера, есть подход ко
введению предела

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

❖ Обозначение $\log$ – И.Кеплер

❖ Термин «натуральные логарифмы»
был введен П. Менголи (1659) и
Н.Меркатором (1668)

❖ Вторая треть XVII в. – связь между
логарифмом и квадратурой гиперболы
(Г.Сен-Венсан, П.Ферма, П.Менголи)

❖ Понятие «основание логарифма»,
обозначение e для числа Непера и
утверждение современной сути
логарифмов – заслуга Л.Эйлера

$$\left(1 - \frac{1}{10^7}\right)$$

Непер

$$\left(1 + \frac{1}{10^4}\right)$$

Бюрги

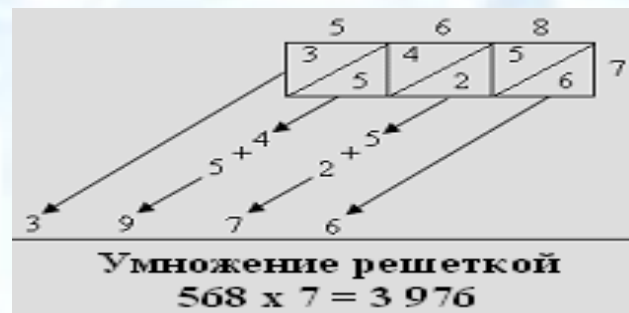
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0 1	0 2	0 3	0 4	0 5	0 6	0 7	0 8	0 9
2	0 2	0 4	0 6	0 8	1 0	1 2	1 4	1 6	1 8
3	0 3	0 6	0 9	1 2	1 5	1 8	2 1	2 4	2 7
4	0 4	0 8	1 2	1 6	2 0	2 4	2 8	3 2	3 6
5	0 5	1 0	1 5	2 0	2 5	3 0	3 5	4 0	4 5
6	0 6	1 2	1 8	2 4	3 0	3 6	4 2	4 8	5 4
7	0 7	1 4	2 1	2 8	3 5	4 2	4 9	5 6	6 3
8	0 8	1 6	2 4	3 2	4 0	4 8	5 6	6 4	7 2
9	0 9	1 8	2 7	3 6	4 5	5 4	6 3	7 2	8 1

Палочки Непера

Все о Hi-Tech. История ЭВМ. Палочки Непера.

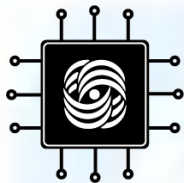
http://all-hitech.msk.ru/inf/history/p_0_12.htm

http://all-hitech.msk.ru/inf/history/p_0_13.html

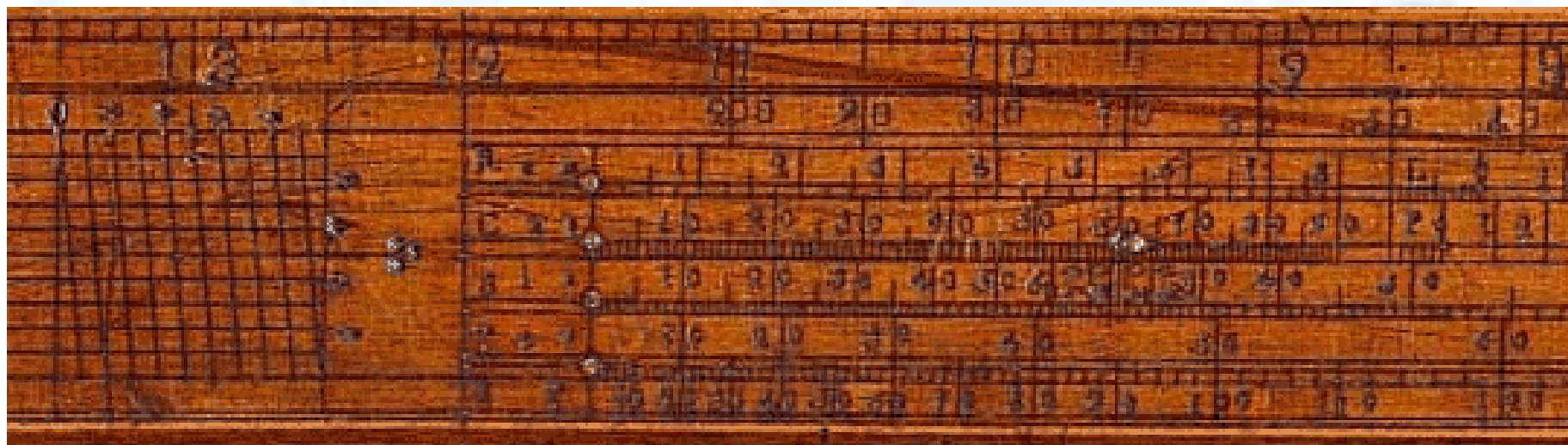


«Рабдология»





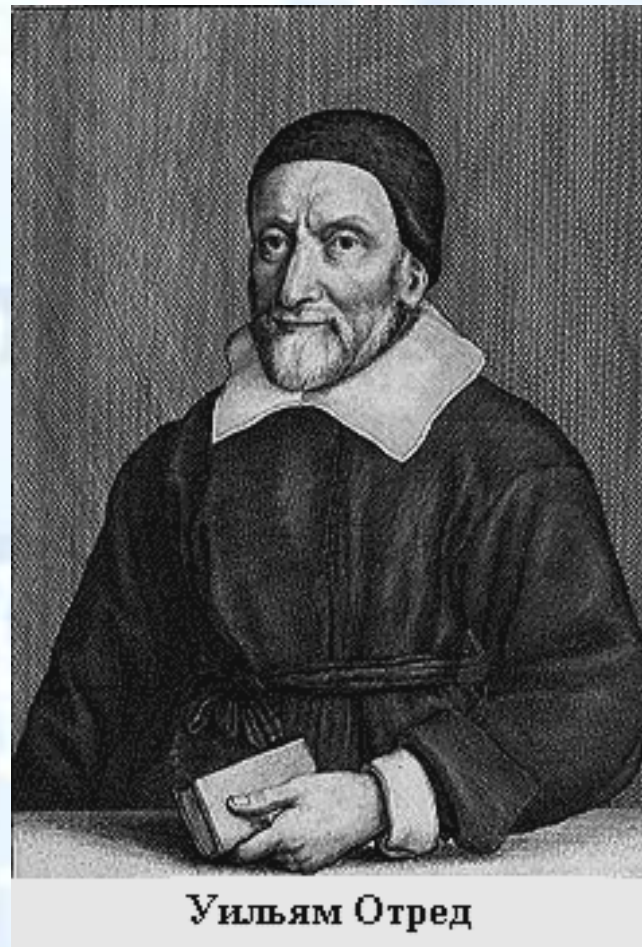
Эдмунд Гюнтер (1581–1626)



Фрагмент шкалы Гюнтера



Уильям Оутред (1574–1660)



Уильям Отред

«Истинный путь к овладению искусством проходит не через документы, а через доказательства... Использование инструментов действительно превосходно, если человек владеет истинным мастерством, но презренно, если это владение противопоставляется искусству»



Модель логарифмической линейки Роберта Биссакера

Особые точки Эверарда:

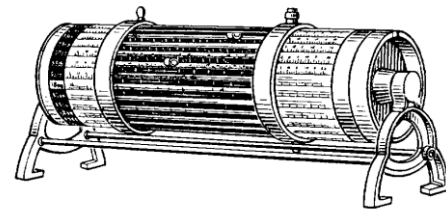
- сторона квадрата, вписанного в круг диаметра 1 (0,707);
- сторона квадрата, равновеликого кругу диаметра 1 (0,886);
- длина окружности с диаметром 1 (3.14);
- объем стандартного галлона вина в кубических дюймах (231);
- объем стандартного бушеля солода (2150,42);
- объем стандартного галлона эля (282).

Универсальная линейка разработана в 1779 году Джеймсом Уаттом

В 1850 году Амедей Маннхейм создал прямоугольную логарифмическую линейку, ставшую прообразом современных линеек и обеспечивающую точность до трех десятичных знаков.

Особые точки Томаса Эверарда:

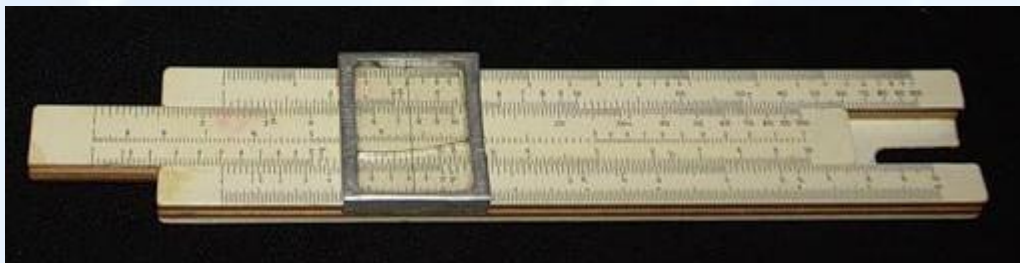
- сторона квадрата, вписанного в круг диаметра 1 (0,707);
- сторона квадрата, равновеликого кругу диаметра 1 (0,886);
- длина окружности с диаметром 1 (3.14);
- объем стандартного галлона вина в кубических дюймах (231);
- объем стандартного бушеля солода (2150,42);
- объем стандартного галлона эля (282).



Счетные вальцы

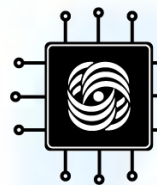
Универсальная линейка разработана в 1779 году **Джеймсом Уаттом**

В 1850 году **Амедей Маннгейм** создал прямоугольную логарифмическую линейку, ставшую прообразом современных линеек и обеспечивающую точность до трех десятичных знаков.



http://all-hitech.msk.ru/inf/history/p_0_17.html





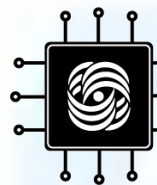
Логарифмическая линейка (1)



Джон Непер
(Napier, John;
1550-1617)



Титульный лист книги Непера
«Описание удивительных таблиц
логарифмов», 1614 г.

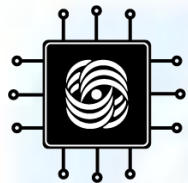


Логарифмическая линейка (2)

Логарифмическая Линейка

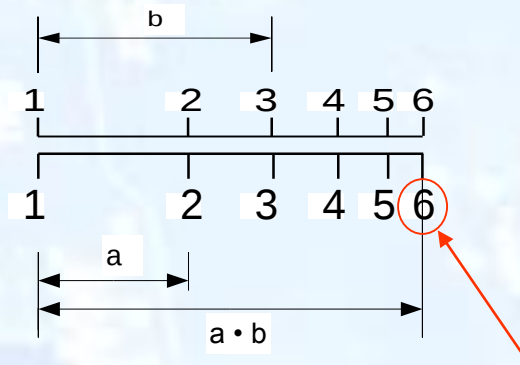
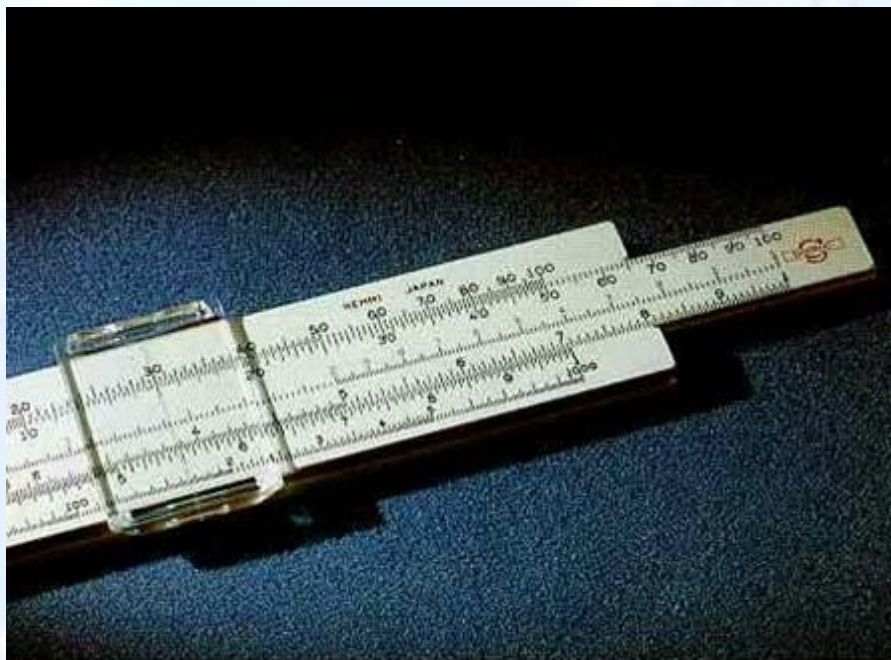
- Логарифмическая Линейка 1630
- Основана на правилах логарифмирования Нэпера
- Использовалась до 1970



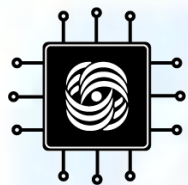


Логарифмическая линейка (3)

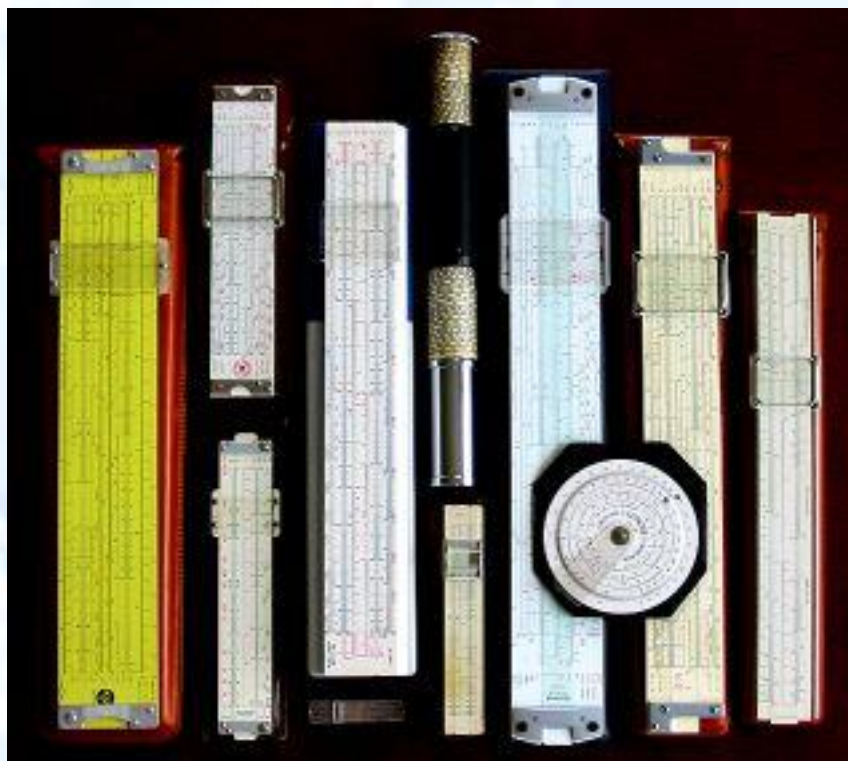
$$\log(a \cdot b) = \log a + \log b$$

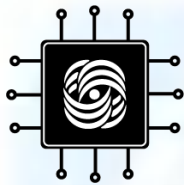


Логарифмическая
линейка



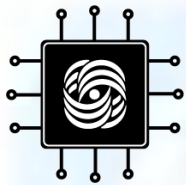
Логарифмические Линейки



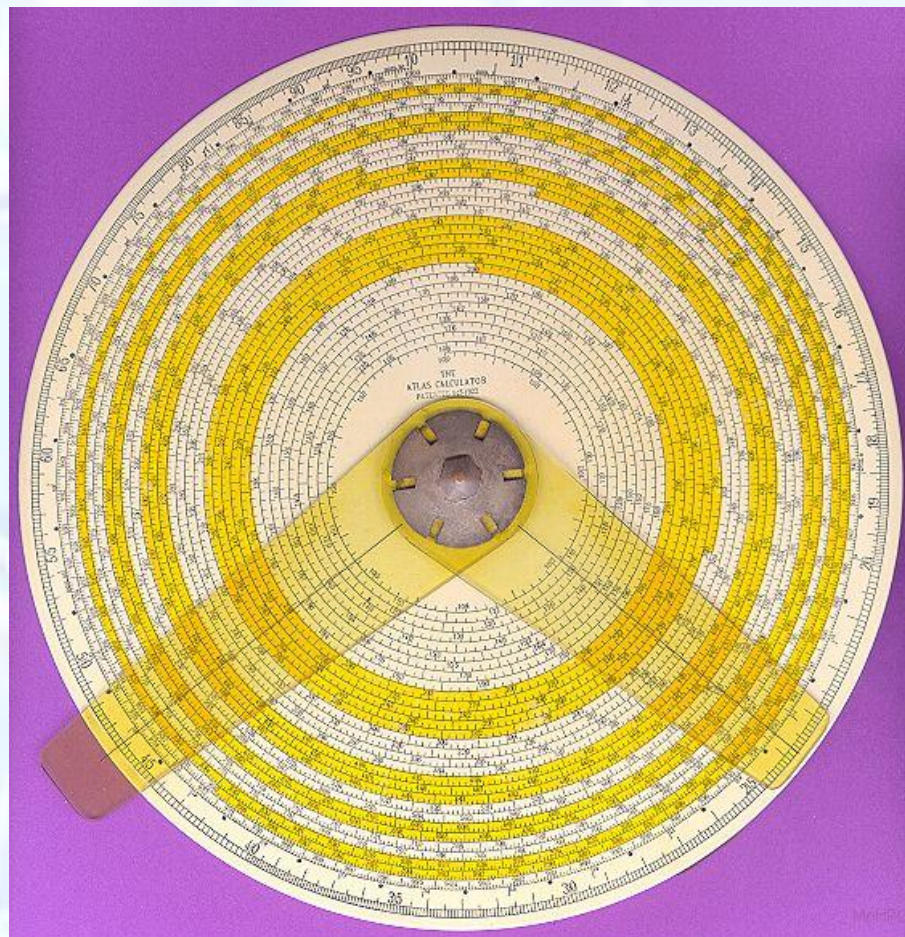


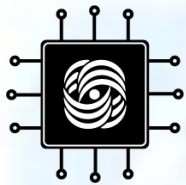
Цилиндрическая Логарифмическая Линейка





Спиральная Логарифмическая Линейка

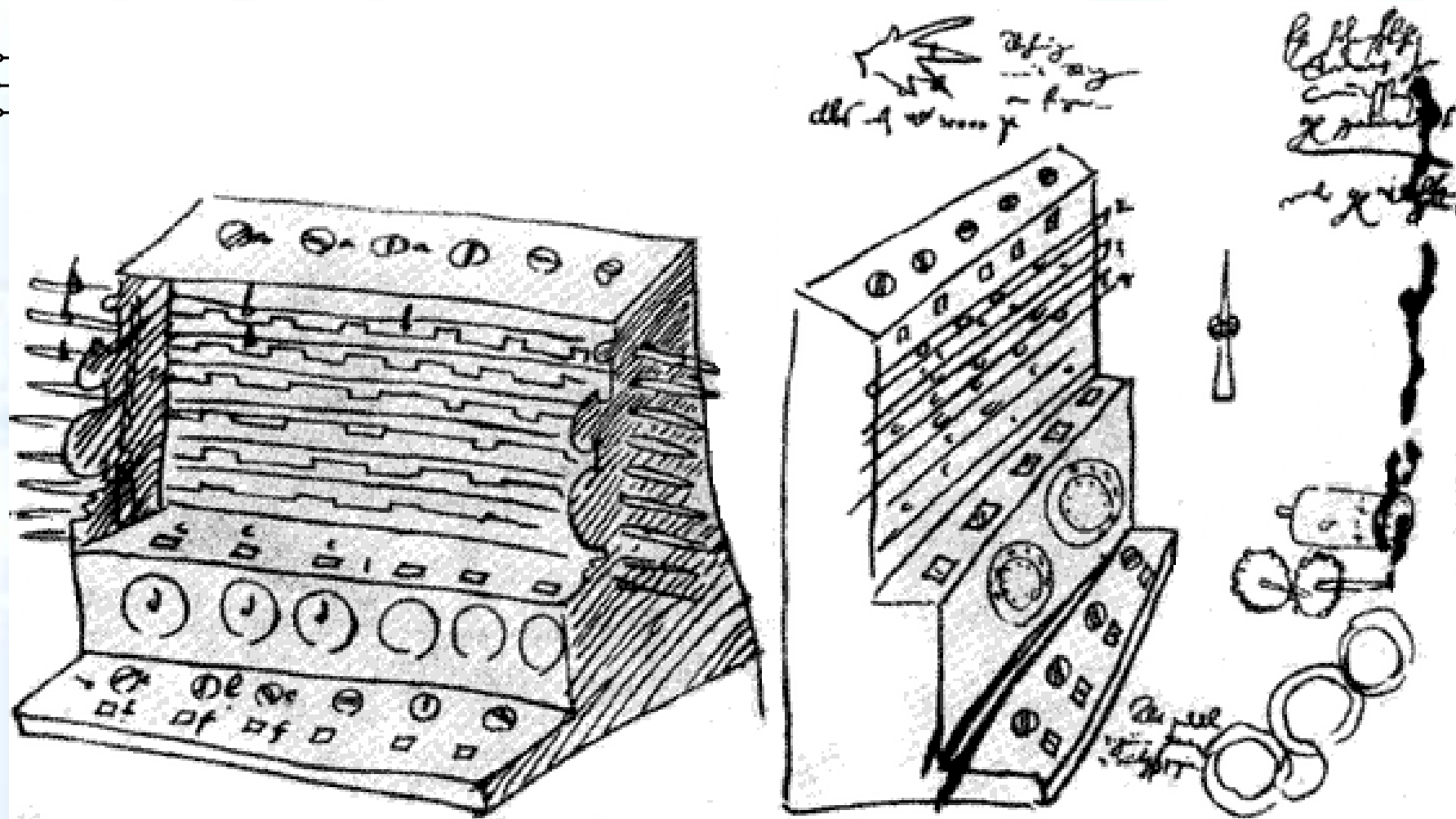




Вильям Шиккард (1592-1635)

- Первая работающая машина для сложения 6-разрядных чисел





Эскиз Вычисляющих часов, сделанный Вильгельмом Шикардом



Маренн Мерсенн (1588-1648) и его кружок

Клод Арди (1600-1678)

Клод Мидорж (1585-1647)

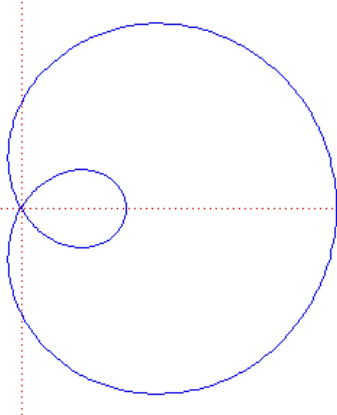


Пьер де Каркави (1603-1684)

Жиль Роберваль (1602-1672)

Жерар Дезарг (1593-1662)

Limaçon of Pascal



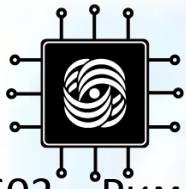
Этьен Паскаль (1588-1651)

Блез Паскаль (1623-1662)



Пьер Ферма (1601-1665)

Рене Декарт (1596-1650),



Научные Академии

1603 – Рим, Академия Рысей (Accademia del lincei)

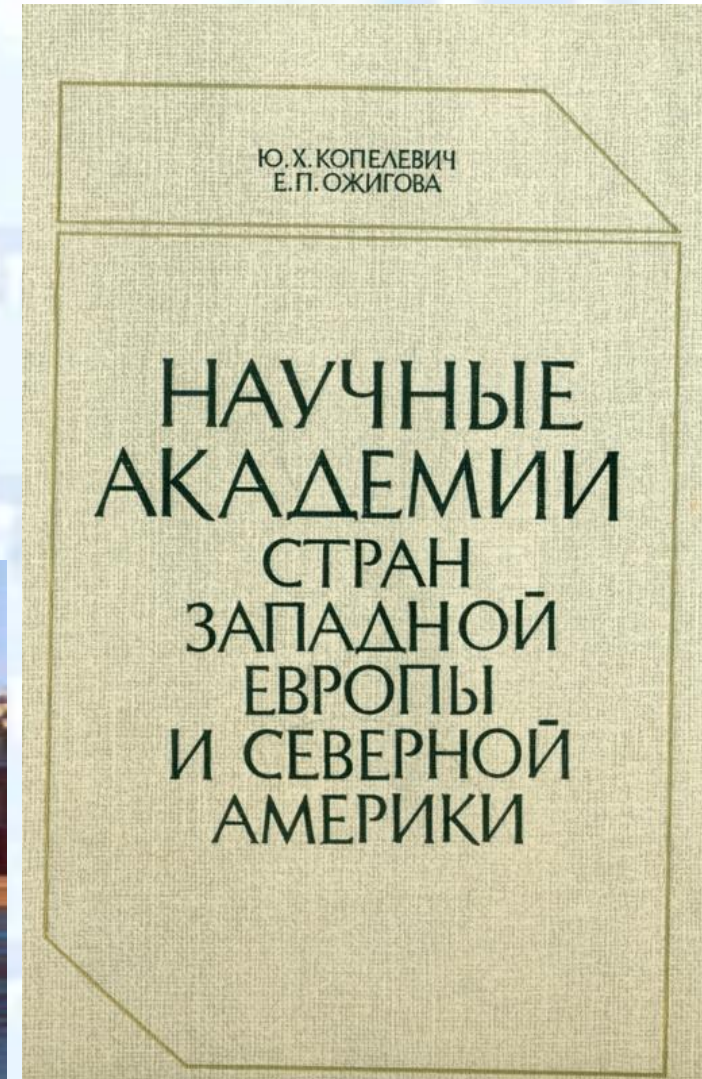
1657-1667 – Флорентийская Академия Опыта

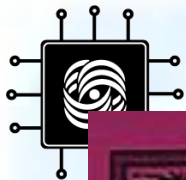
1660 – Лондонское Королевское Общество

1666 – Королевская Академия Наук в Париже

1700 – Берлинское общество (Академия) наук

1725 – Петербургская Академия наук



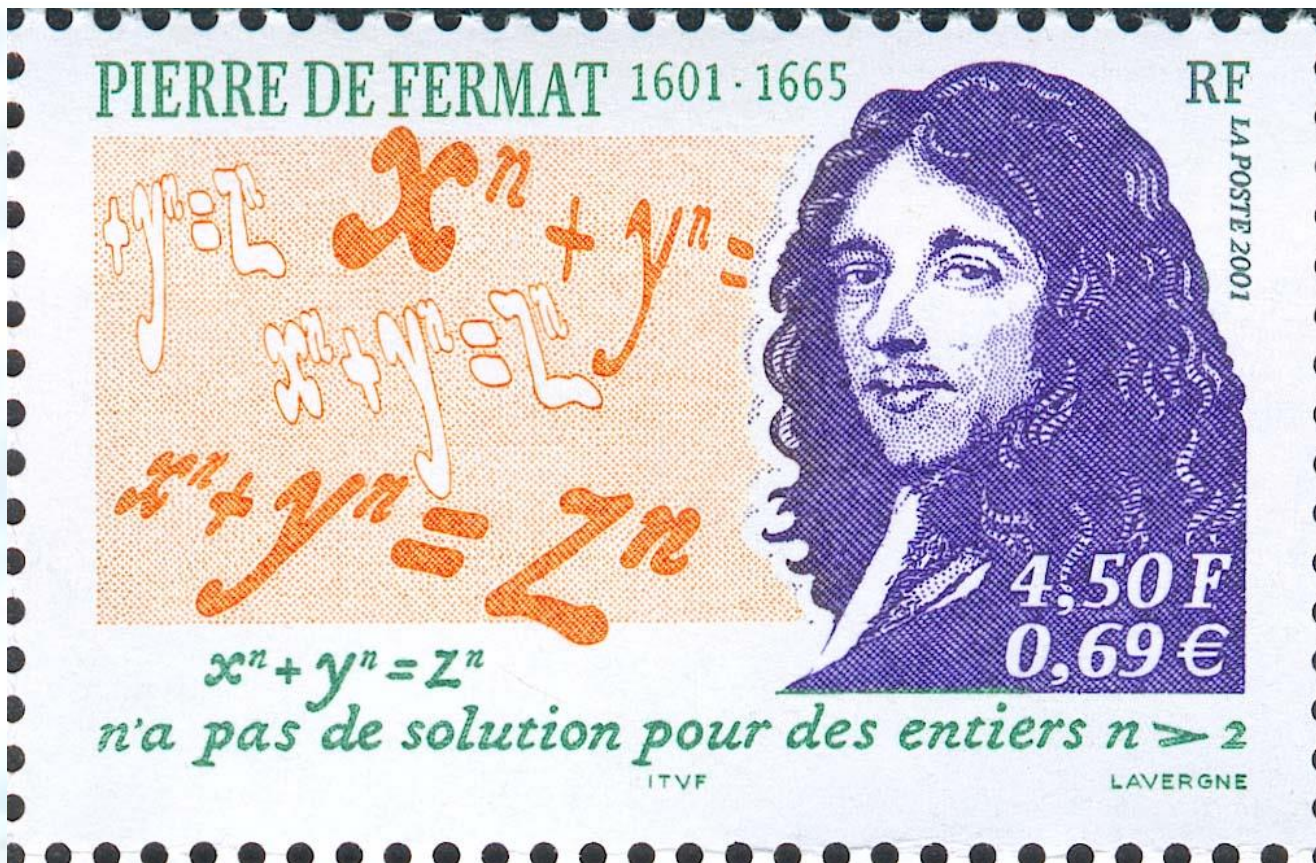


Пьер Ферма (1601-1665)



Научно-фантастический роман-гипотеза о
магистре прав, чисел и поэзии и его
современниках в трех частях, с прологом и
эпилогом

<http://lib.rus.ec/b/190051/read>



- 25

DIOPHANTI ALEXANDRINI ARITHMETICORVM LIBRI SEX, ET DE NVMERIS MVLTANGVLIS LIBER VNVS.

VM COMMENTARIIS C. G. BACHETI V. C.
et observationibus D. P. de FERMAT Senatoris Tolofani.

Accessit Doctrinæ Analyticæ inuentum nouum, collectum
ex varijs eiusdem D. de FERMAT Epistolis.



TOLOSE,
Excudebat BERNARDVS BOSC, e Regione Collegij Societatis Iesu.
M DC LXX.

Простые числа

$$F(n) = 2^{2^n} + 1$$

$$F(5) = 4\,294\,967\,297$$

$$F(452)$$

Малая теорема Ферма: если p простое, $a \geq 1$ и не делится на p , то $a^{p-1} - 1$ делится на p .

Квадратичные формы

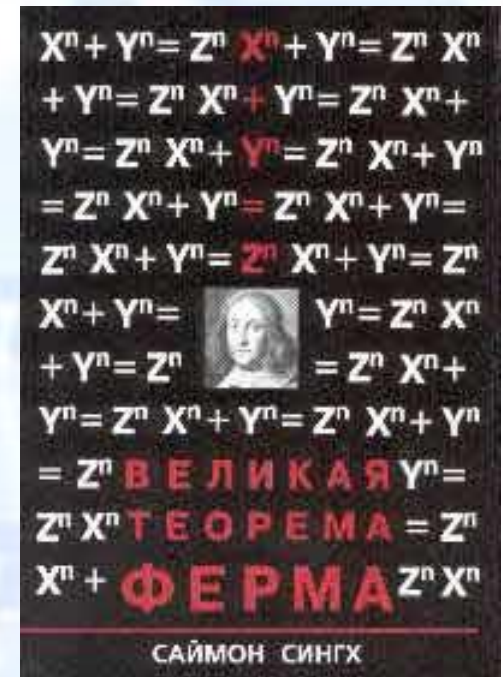
$$n = ax_1^2 + 2bx_1y_1 + cy_1^2$$

$$x^2 + y^2 \quad 4n+1 \quad 4n+3$$

$$5=4+1; 13=9+4$$

Неопределенные уравнения

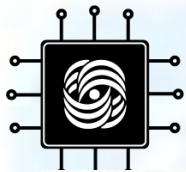
Метод бесконечного спуска



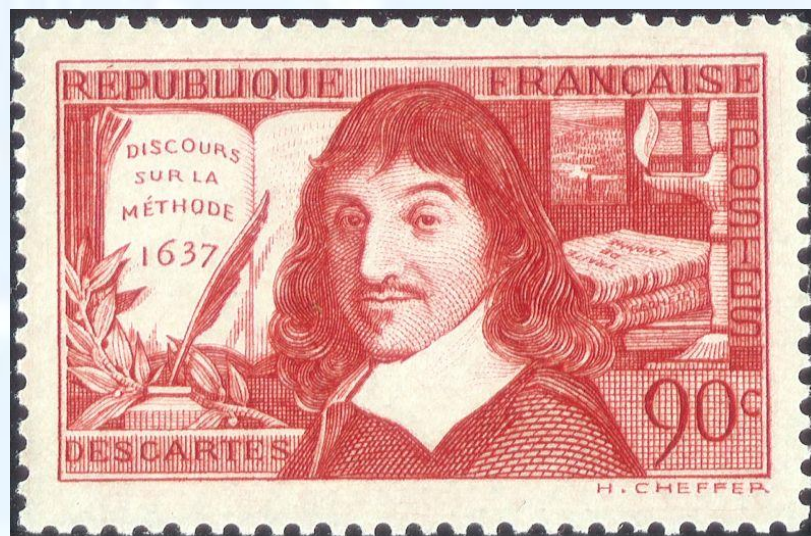
Сингх С. Великая теорема Ферма: История загадки, которая занимала лучшие умы на протяжении 358 лет: Пер. с англ. - М.: МЦНМО, 2000. - 288 с.

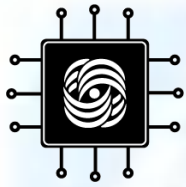
http://www.koob.ru/singh_simon/velikaya_teorema_ferma

Порджес А. Саймон Флэгг и дьявол. — <http://lib.rus.ec/b/160324/read>



Рене Декарт (1596 – 1650)

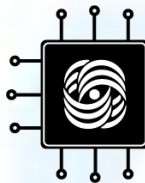




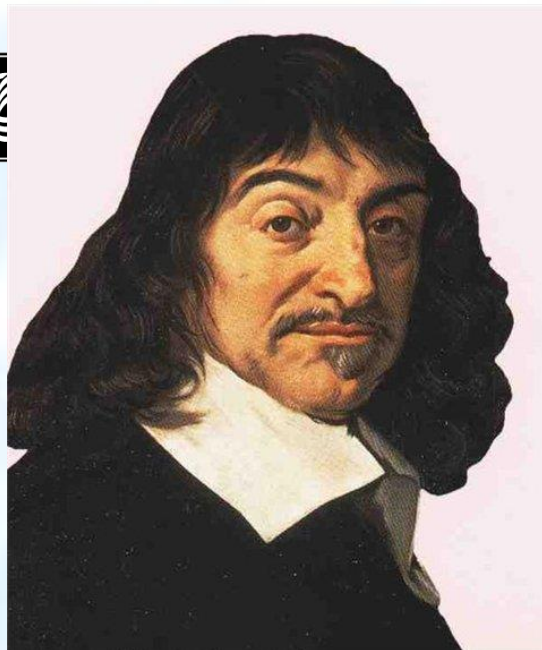
Рене Декарт (1596-1650)

- Род. 31 марта 1596 г. в Лаэ (ныне Декарт)
- Учится к коллеже Ла Флеш (1606-1615)
- Годы путешествий (1618-1625)
 - Ульмское «озарение» (10 ноября 1619 г.)
- Жизнь в Париже (1625-1628)
- В эмиграции в Нидерландах (1628-1649)
 - Поездки в Париж (1644, 1647, 1648)
- Переезд в Швецию (1649)
- Ум. 11 февраля 1650 г. в Стокгольме





 [Увеличить](#)



DISCOURS DE LA METHODE

Pour bien conduire la raison, & chercher

la vérité dans les sciences.

PLUS

LA DIOPTRIQUE.

LES METEORES.

ET

LA GEOMETRIE.

Qui sont des essais de cete METHODE.



A LEYDE

De l'Imprimerie de IAN MAIRE.

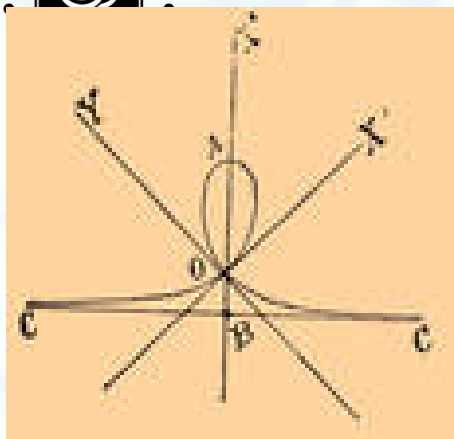
MDCCXXXVII.

Avec Privilege.

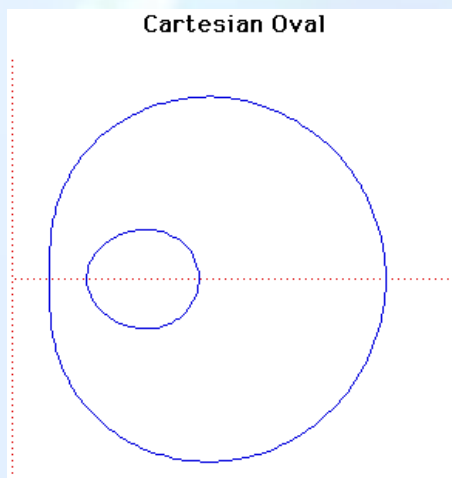
- 1) начинать с несомненного и самоочевидного, т. е. с того, противоположное чему нельзя помыслить;
- 2) разделять любую проблему на столько частей, сколько необходимо для ее эффективного решения;
- 3) начинать с простого и постепенно продвигаться к сложному;
- 4) постоянно перепроверять правильность умозаключений.



Рене Декарт: основные достижения

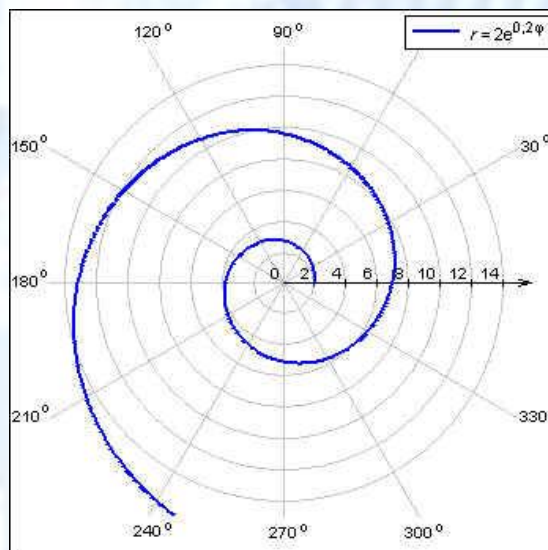


$$x^3 + y^3 = 3axy$$



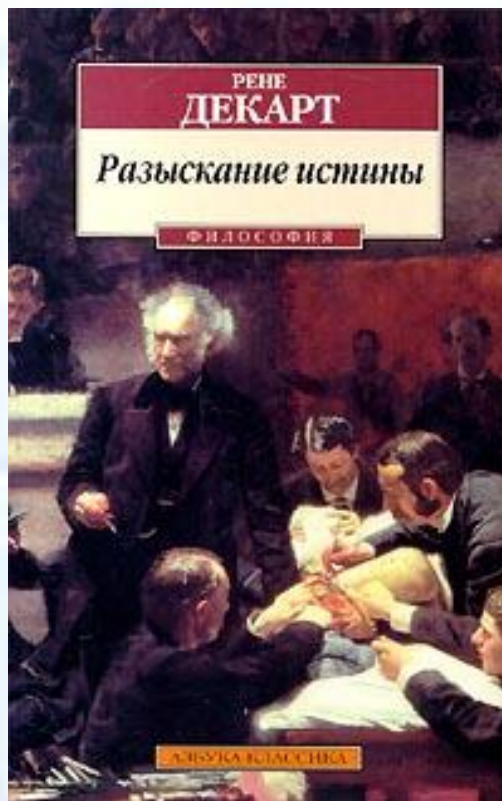
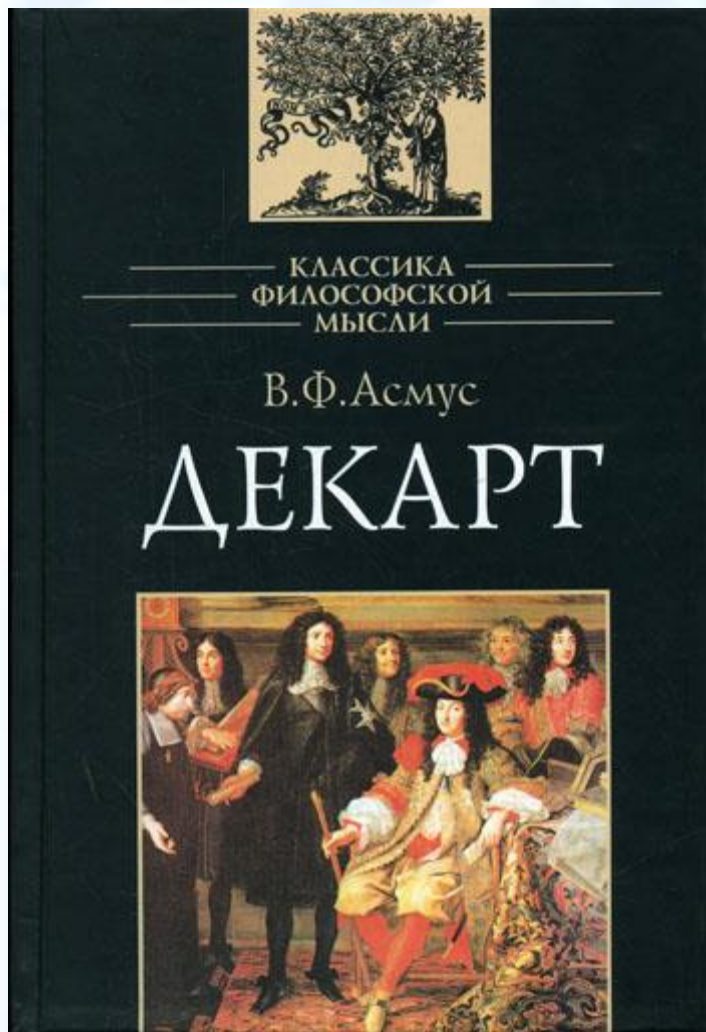
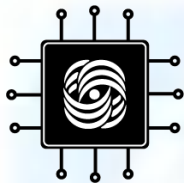
«Диоптрика», «Метеоры»: законы распространения света, отражения и преломления, идея эфира как переносчика света, объяснение радуги.

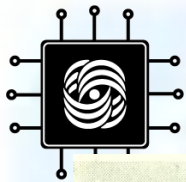
«Рассуждение о методе» с приложением «Геометрия» - аналитическая геометрия, методы решения алгебраических уравнений, классификация алгебраических кривых



$$r = a \exp(\theta \cot b)$$

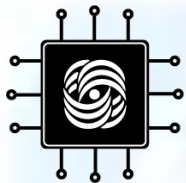
$$((1 - m^2)(x^2 + y^2) + 2m^2cx + a^2 - m^2c^2)^2 = 4a^2(x^2 + y^2)$$



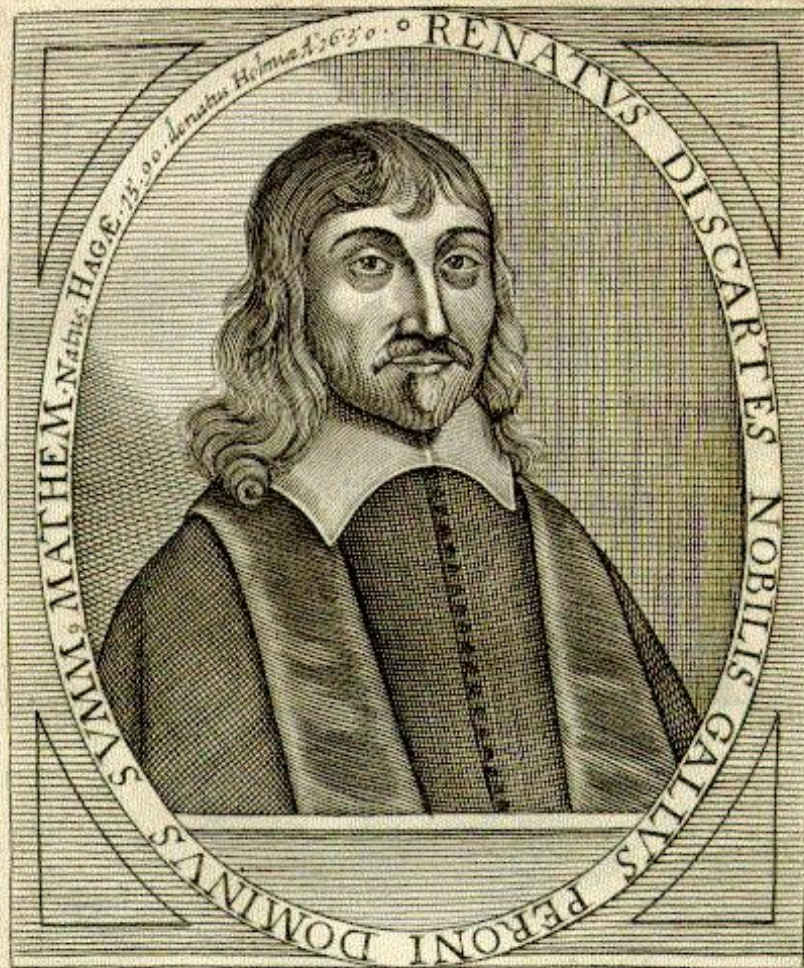


Блез Паскаль (1623 – 1662)





Всё влияние, которым вы пользуетесь, бесполезно по отношению ко мне. От мира я ничего не ожидаю и ничего не опасаюсь...Вы, конечно, можете затронуть Пор-Рояль, но не меня. Можно выжить людей из Сорбонны, но меня из моего дома не выживете. Вы можете употребить насилие против священников и докторов богословия, но не против меня, так как я не имею этих званий...



*Nobilis ingenio est si quisquam ut gente RENATVS
Hic est DE CHARTIS alter Aristoteles, 1**

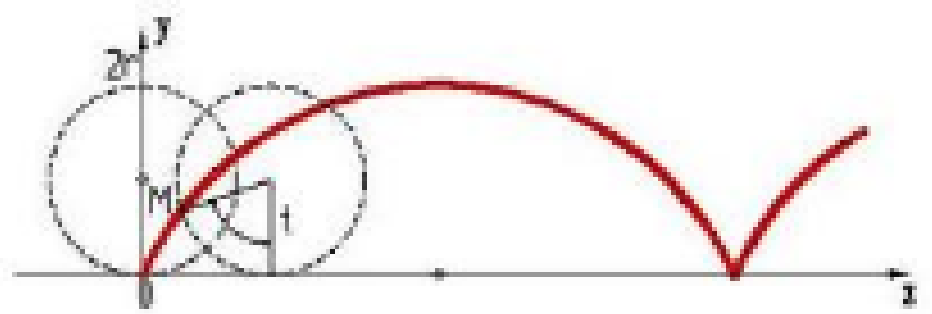


Блез Паскаль





Огюстен Пажу (1730—1809).
Паскаль, изучающий циклоиду



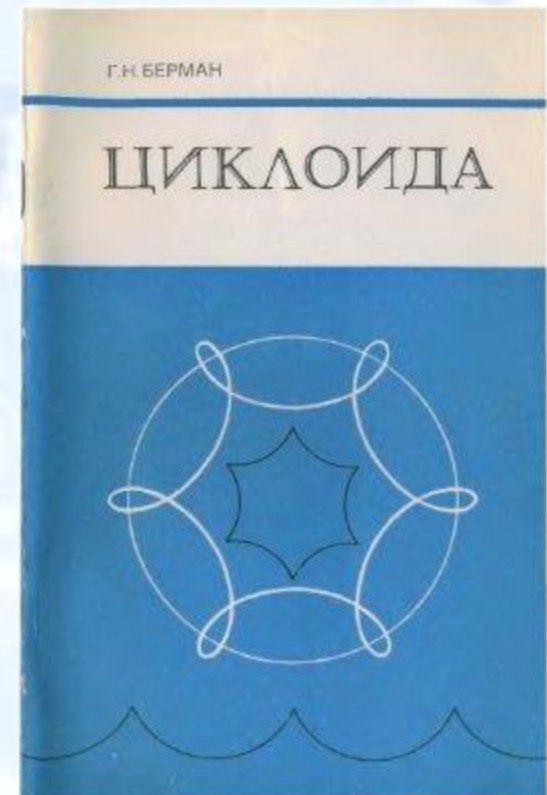
$$x = r \cos^{-1} \left(1 - \frac{y}{r} \right) - \sqrt{y(2r - y)}.$$

$$x = r(t - \sin t)$$

$$y = r(1 - \cos t)$$

Циклоида удовлетворяет
дифференциальному
уравнению

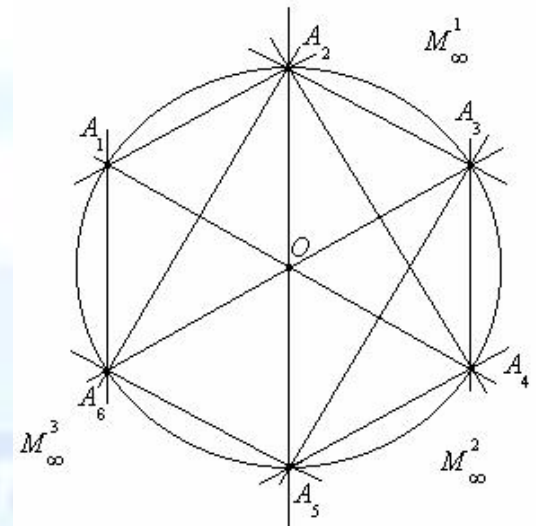
$$\left(\frac{dy}{dx} \right)^2 = \frac{2r}{y} - 1.$$

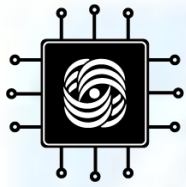




ТЕОРЕМА. Шесть произвольных точек лежат на одной кривой второго порядка тогда и только тогда когда пересечения противоположных сторон шестиугольника лежат на одной прямой.

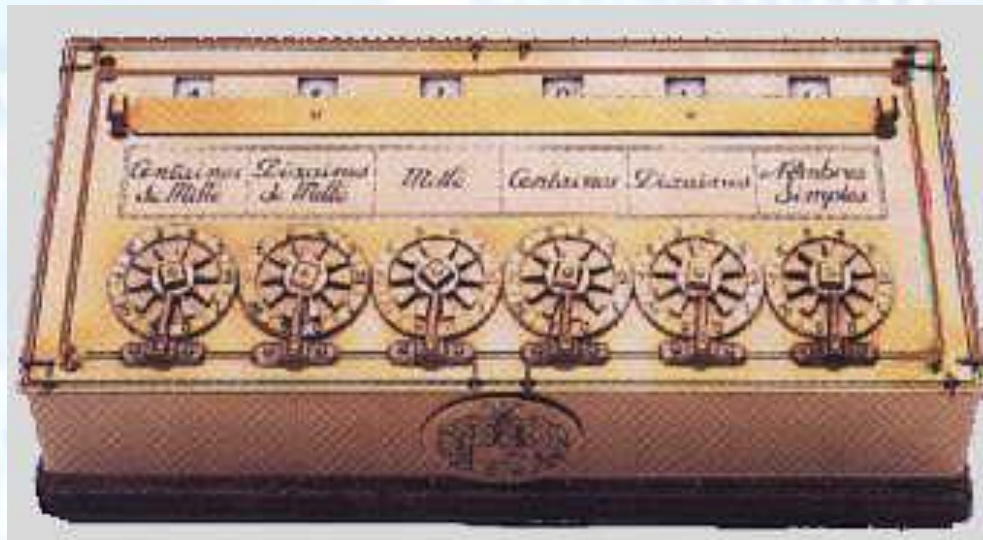
1653 – «Трактат о равновесии жидкостей и о тяжести массы воздуха»

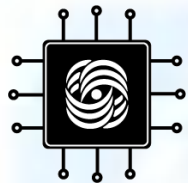




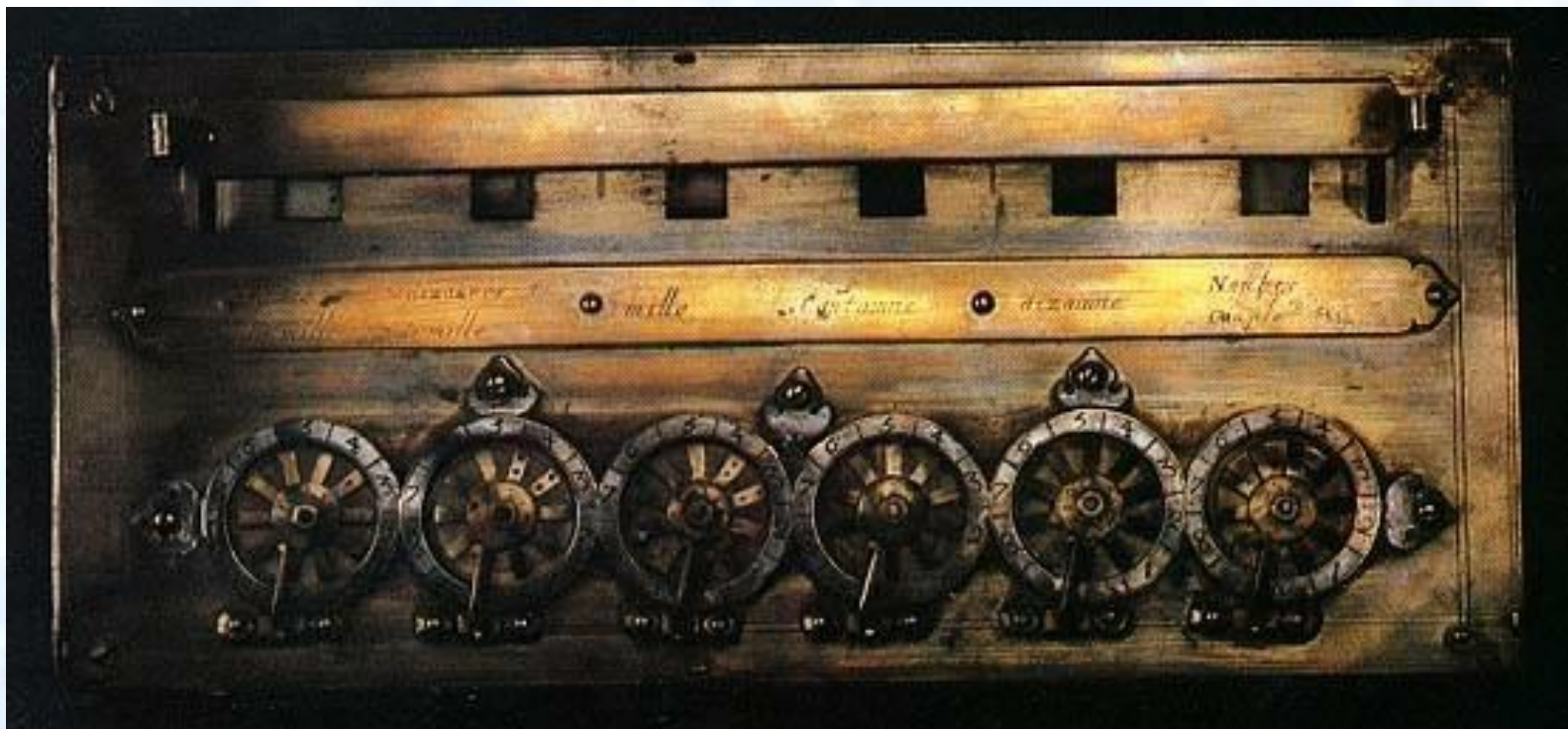
Машина Паскаля (1623-1662)

- Множество зубчатых колёс
- Вычитание в дополнительном коде

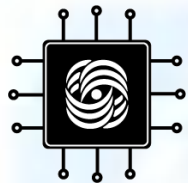




Машина Паскаля (1623-1662)



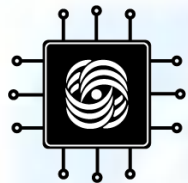
Паскалина (1642 г.) Вид спереди



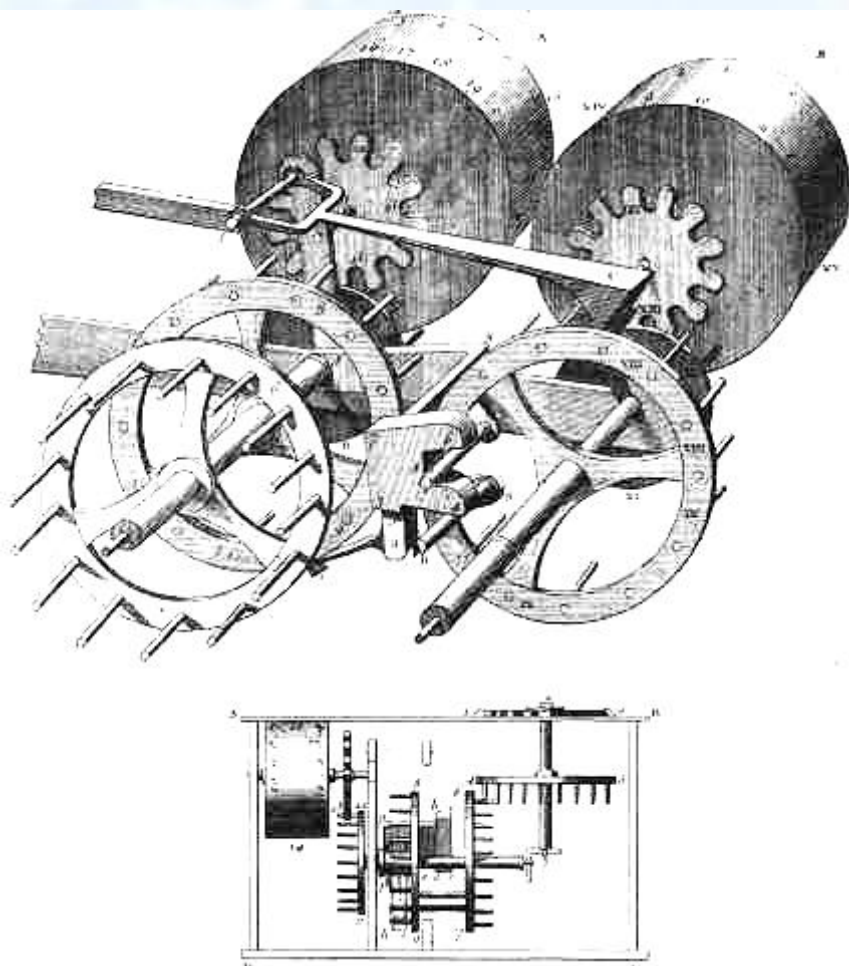
Машина Паскаля (1623-1662)



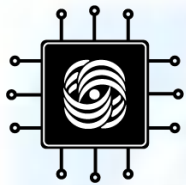
Паскалина. Вид сзади



Машина Паскаля (1623-1662)

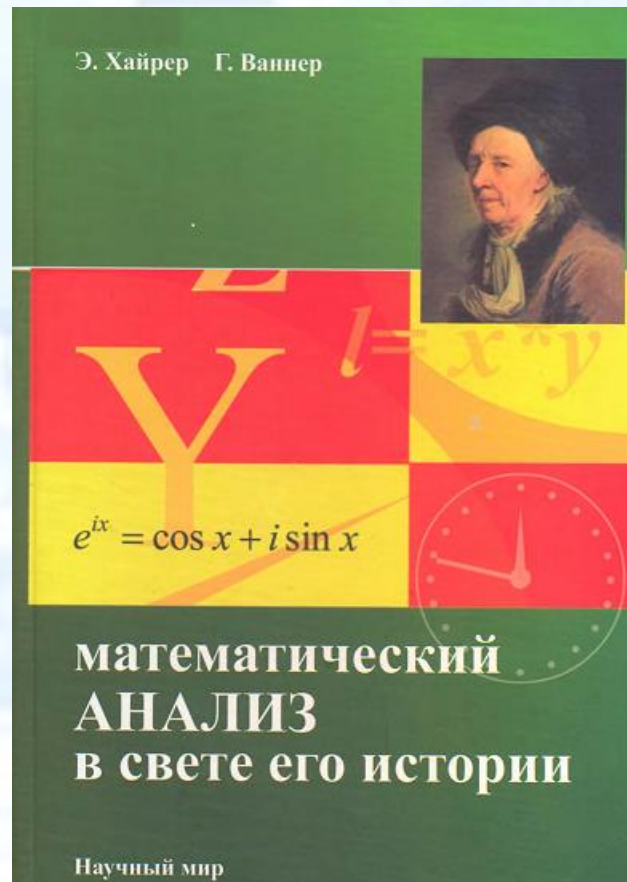


Паскалина. Механизм передачи десятков



Предпосылки возникновения математического анализа

1. Аналитический способ задания функции
2. Представление функций рядами
3. Метод неделимых
4. Задачи о касательных и экстремумах





Аналитический способ задания функции

Древний мир: «изучение отдельных зависимостей между величинами»

Средневековье: функции «были впервые явно выражены в механической или геометрической форме», «зависимости задавали только посредством словесных описаний»

Конец XVI – начало XVII вв.: «доминирующим становится аналитическое выражение функций, в наиболее общем случае преимущественно в виде бесконечных рядов»

Термин функция – Готфрид Вильгельм Лейбниц, в рукописях 1673 г.

Иоганн Бернулли: «функцией переменной называется количество, образованное каким угодно способом из этой величины и постоянных»



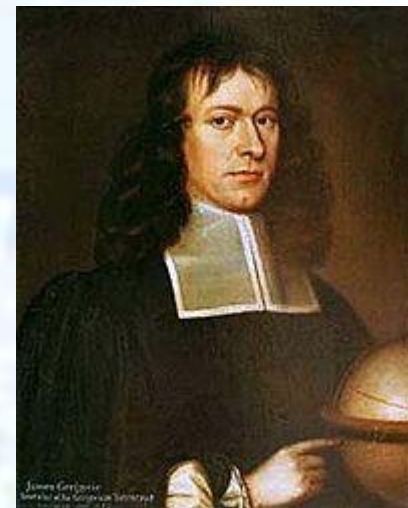
Представление функций рядами

Д. В. Гусак А.Б. Доньютоновский период развития теории бесконечных рядов. //ИМИ, 1973. № 18. С. 104–131.



Джон Валлис (1616-1703)

Пьетро Менголи (1625-1686),



Джеймс Грегори (1638-1675)

Николаус Меркатор (1620-1687)

«Логарифмотехника» (1668) :

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots$$



Представление функций рядами

Пьетро Менголи (1625-1686)

«Царский путь в математику через арифметику, алгебру и планиметрию»

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \dots$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{a + kb}, \quad a > 0, b > 1$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n} = 1, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 + 2n} = \frac{3}{4}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 3n} = \frac{11}{18}.$$

«Если бесконечная последовательность однородных величин такова, что сумма любого числа таких величин, начиная с первой, всегда меньше заданной величины такого же рода, то бесконечное число первоначальных величин имеет конечную протяженность»

следующее свойство рядов: если ряд $\sum a_n$ с положительными членами сходится и имеет сумму S , то, задав любое число A , заключенное между a_0 и S , всегда можно найти такой номер n , что выполняется неравенство $S_n < A < S_{n+1}$. Только после установления этих фактов Менголи

Паплаускас А.Б. Доньютоновский период развития теории бесконечных рядов. II. Пьетро Менголи.//ИМИ, 1974. № 19. С. 143–157.

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m(m+1)} = 1, \quad (\text{I. 17})$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{[1+(m-1)h](1+mh)} = \frac{1}{h}, \quad (\text{I. 26})$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{[a+(m-1)h](a+mh)} = \frac{1}{ah}, \quad (\text{I. 40})$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m(m+1)(m+2)} = \frac{1}{4}, \quad (\text{II. 8})$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m-1)(2m+1)(2m+3)} = \frac{1}{12}, \quad (\text{II. 15})$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{[1+(m-1)h](1+mh)[1+(m+1)h]} = \frac{1}{2(h^2+h)}, \quad (\text{II. 23})$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{[a+(m-1)h](a+mh)[a+(m+1)h]} = \frac{1}{2ha(a+h)}, \quad (\text{II. 27})$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{[1+(m-1)h](1+mh)[1+(m+1)h]\dots[1+(m+p-2)h]} = \frac{1}{(1+h)\dots[1+(p-2)h](p-1)}, \quad (\text{III. 5})$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{a_{m+1} - a_m}{a_m a_{m+1}} = \frac{1}{a_1} \quad (a_{m+1} > a_m), \quad (\text{III. 6})$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{a_{m+p} - a_m}{a_m a_{m+1} \dots a_{m+p}} = \frac{1}{a_1 a_2 \dots a_p} \quad (a_{m+p} > a_m). \quad (\text{III. 7})$$

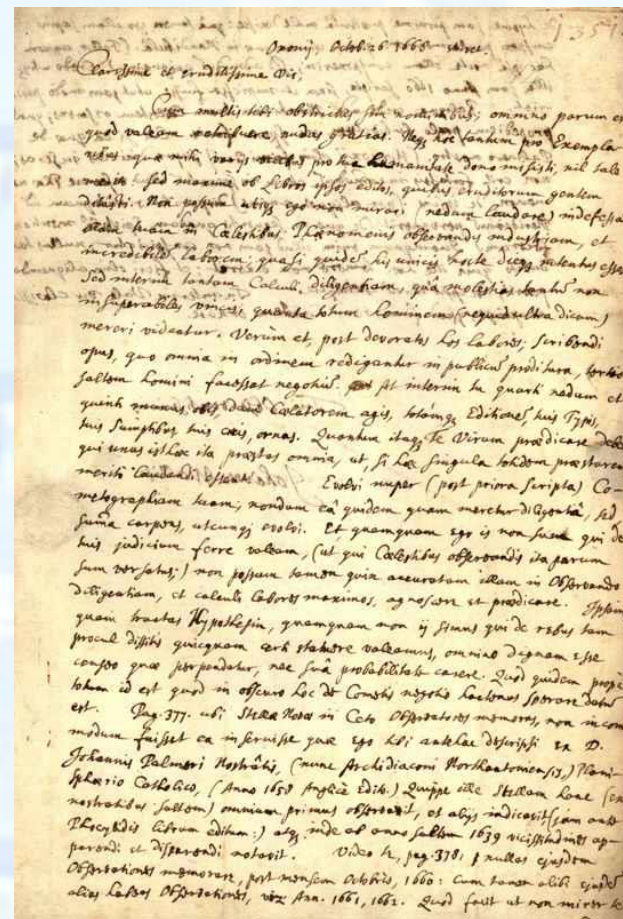


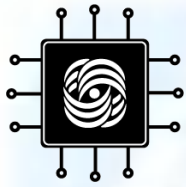
Представление функций рядами

Джон Валлис (Уоллис) 1616-1703



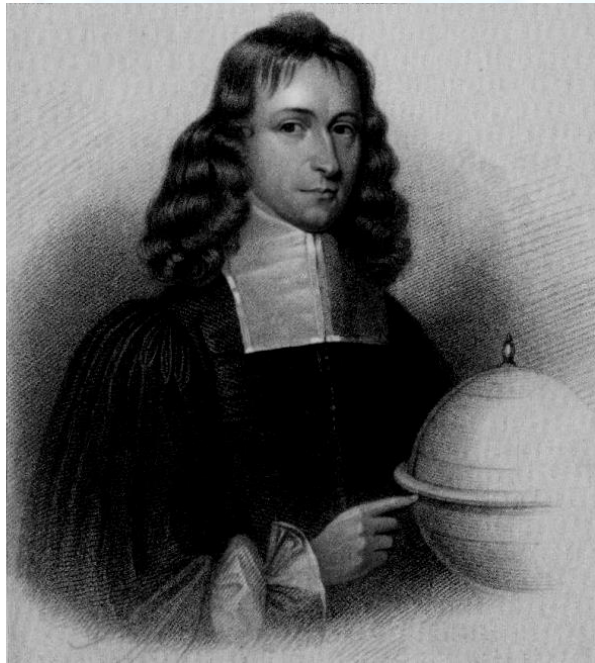
$$\frac{\pi}{2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 8}{1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 9} \dots$$





Представление функций рядами

Джеймс Грегори (1638-1675)



О п р е д е л е н и е 5. Мы назовем некоторую величину, составленную из других величин, составной, если она получается из них сложением, вычитанием, умножением, делением, извлечением корня или других мыслимых операций.

О п р е д е л е н и е 6. Мы назовем некоторую величину алгебраической функцией некоторых других величин, если она восстанавливается при помощи сложения, вычитания, умножения, деления и извлечения корня.

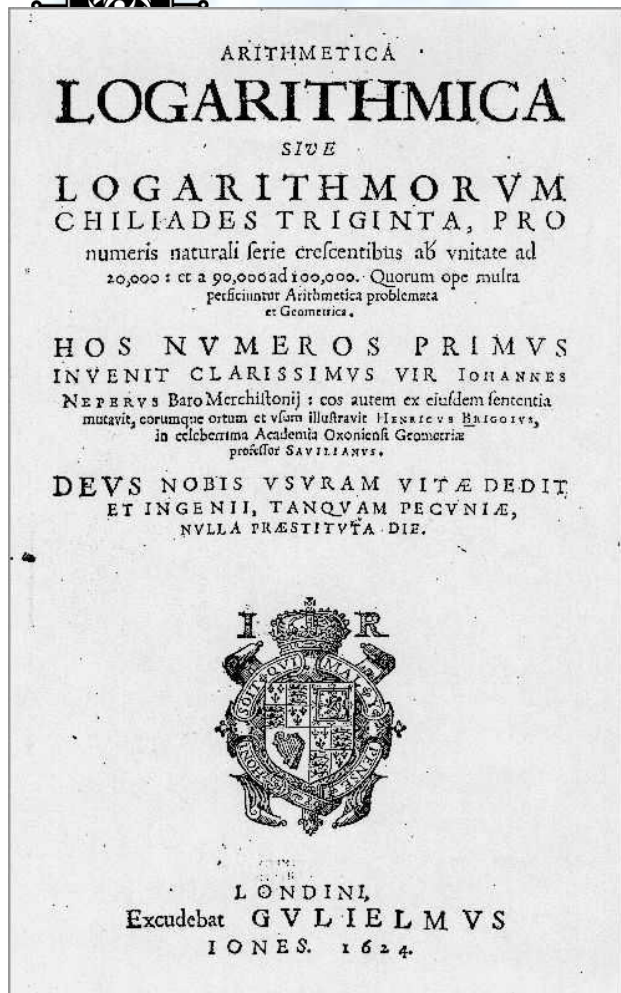
О п р е д е л е н и е 9. Пусть f и φ — произвольные функции a_0 и b_0 — данные величины. Образует ряд пар чисел так, что всегда

$$a_{n+1} = f(a_n, b_n), \quad b_{n+1} = \varphi(a_n, b_n) \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

При этом $|a_{n+1} - b_{n+1}| < |a_n - b_n|$, $a_0 < a_1 < a_2 < \dots$
 $\dots < b_2 < b_1 < b_0$. Тогда так составленный ряд пар чисел называется сходящимся. Исходя из геометрических



Интерполяционные формулы



Генри Бригс (1561-1630)

$$f(x+h\lambda) = f(x) + \lambda[f(x+h) - f(x)]$$

$$\Delta f(X) = f(X + \Delta x) - f(X), \quad X = x + nx, \quad n = 0, 1, \dots, m-1$$

$$\Delta^2 f(X) = \Delta f(X + \Delta x) - \Delta f(X)$$

$$\Delta^n f(X) = \Delta^{n-1} f(X + \Delta x) - \Delta^{n-1} f(X)$$

$$(1+\alpha)^{1/2} - 1 = \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha^2}{8} + \frac{\alpha^3}{16} - \frac{5\alpha^4}{128} + \dots$$

**Джеймс Грегори
(1638-1675)**

**Брук Тэйлор
(1685—1731)**

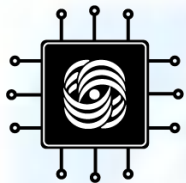
**Абрахам де Муавр
(1667-1754)**

**Томас Симпсон
(1710-1761)**



Интерполяционные формулы

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	1	15	50	60	24
2	16	65	110	84	24
3	81	175	194	108	24
4	256	369	302	132	24
5	625	671	434	156	
6	1296	1105	590	...	...
7	2401	1695	...		
8	4096	...			



Инфинитезимальные методы

Лука Валерио (1552-1618) «Три книги о центре тяжести тел», «О квадратуре параболы».



**Симон Стевин
(1548 – 1620)**

Использует идеи
Архимеда в трудах
по статике

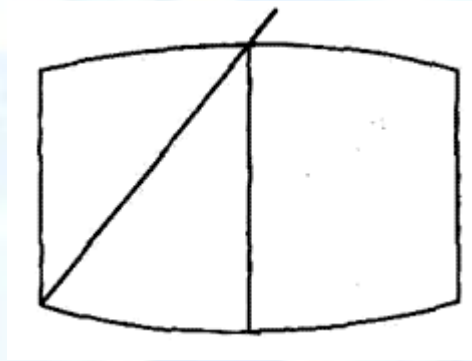
- При изучении бесконечно убывающей геометрической прогрессии применяет предельный переход
- метод неделимых
- Связь логарифмов с площадью фигуры, ограниченной гиперболой, ее асимптотой и двумя сопряженными ординатами

**Григорий Сен-Венсан
(1584-1667)**





Метод неделимых



Посвящение

Предварительные замечания о правилах выбора фигуры винной бочки

ПЕРВАЯ ЧАСТЬ

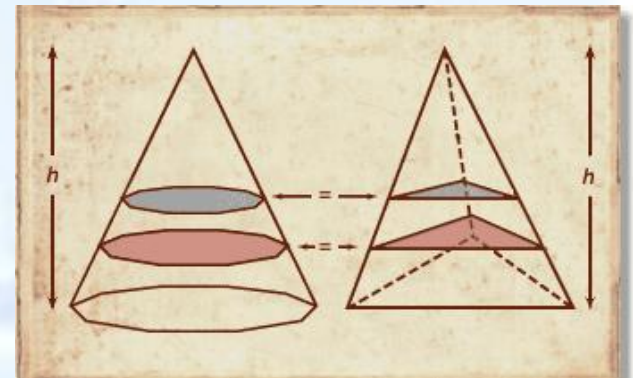
- ❖ Стереометрия правильных кривых тел
- ❖ Обращение к патронам
- ❖ Дополнение к Архимеду: О стереометрии фигур, близко подходящих к коноидам и сфероидам

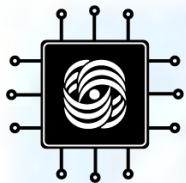
ВТОРАЯ ЧАСТЬ

Специальная стереометрия австрийской бочки

ТРЕТЬЯ ЧАСТЬ

Употребление всей книги о бочках





Метод неделимых



**Бонавентура Кавальери
(1598-1647)**



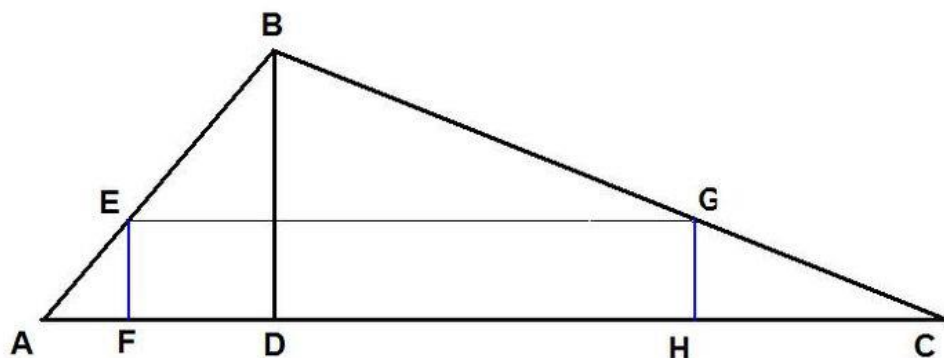
- ❖ «Общее руководство для измерения неба, в котором показываются основы и правила логарифмической тригонометрии»»
- ❖ «Зажигательное зеркало»
- ❖ «Сто различных задач для демонстрации применения и простоты логарифмов в гномонике, астрономии, географии и т.д.»
- ❖ «Тригонометрия плоская и сферическая, линейная и логарифмическая»
- ❖ «Шесть этюдов по геометрии»
- ❖ «Трактат о планетном цикле и о пользовании таковым»



Метод неделимых

Бонаventura Кавальери, «Геометрия, изложенная новым способом при помощи неделимых непрерывного», 1635

Объёмы (или площади) двух фигур равны, если равны между собой площади (или длины) всех соответственных их сечений, проведенных параллельно некоторой данной плоскости (или прямой).



Алгебраизация метода –
В «Арифметике бесконечных»
Джона Валлиса



Метод неделимых

"О движении свободно падающих и брошенных тяжёлых тел" (1641)

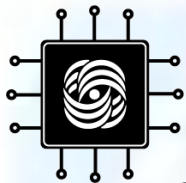
Изготовление зрительных труб и телескопов, конструирование простых микроскопов, состоящих всего из одной крошечной линзы, которую он получал из капли стекла

В 1644 развил теорию атмосферного давления, доказал возможность получения торричеллиевой пустоты и изобрёл ртутный барометр.

Точка Торричелли – это точка в плоскости треугольника, сумма расстояний от которой до вершин треугольника имеет наименьшее значение.



**Эванджелиста
Торричелли
(1608-1647)**



Метод неделимых

гипербола $xy=2k^2$ вращается вокруг оси OY

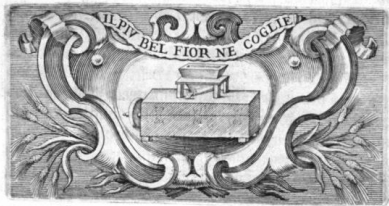
Первое утверждение о взаимной
обратности операций взятий квадратур и
построения касательных

LEZIONI
ACCADEMICHE
D' EVANGELISTA
TORRICELLI

Mattematico, e Filosofo

DEL SERENISS. FERDINANDO II.
GRAN DUCA DI TOSCANA

*Lettore delle Mattematiche nello Studio di Firenze
E ACCADEMICO DELLA CRUSCA.*



IN FIRENZE M. DCC. XV.
Nella Stamp. di S. A. R. Per Jacopo Guiducci, e Santi Franchi.

Con Licenza de' Superiori.

36277

508
T6956

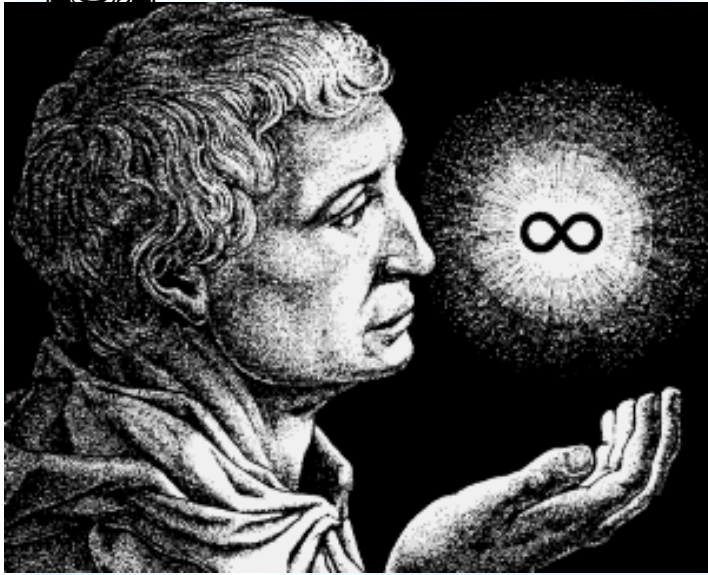


Огибающая семейства
парабол: *из одного
места плоскости
вылетают тяжелые
точки под одним углом
возвышения, но при
всевозможных
азимутах. Какая
поверхность будет
геометрическим
местом вершин
парабол – траекторий
этих точек*





Галилео Галилей (1564-1642)



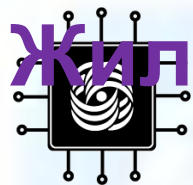
<http://bruno.ucoz.ru/>



множество всех чисел бесконечно, и количество полных квадратов, соответственно, также бесконечно; при этом число полных квадратов не превосходит и не меньше количества всех чисел; и, наконец, понятия «равно», «больше» и «меньше» не применимы к бесконечности, а только к конечным величинам.

Дж. Дж. О'Коннор, Е.Ф. Робертсон. Бесконечность.

<http://kosilova.textdriven.com/narod/studia3/math/translatio/infinity.htm>



Жиль Роберваль (1602-1672)

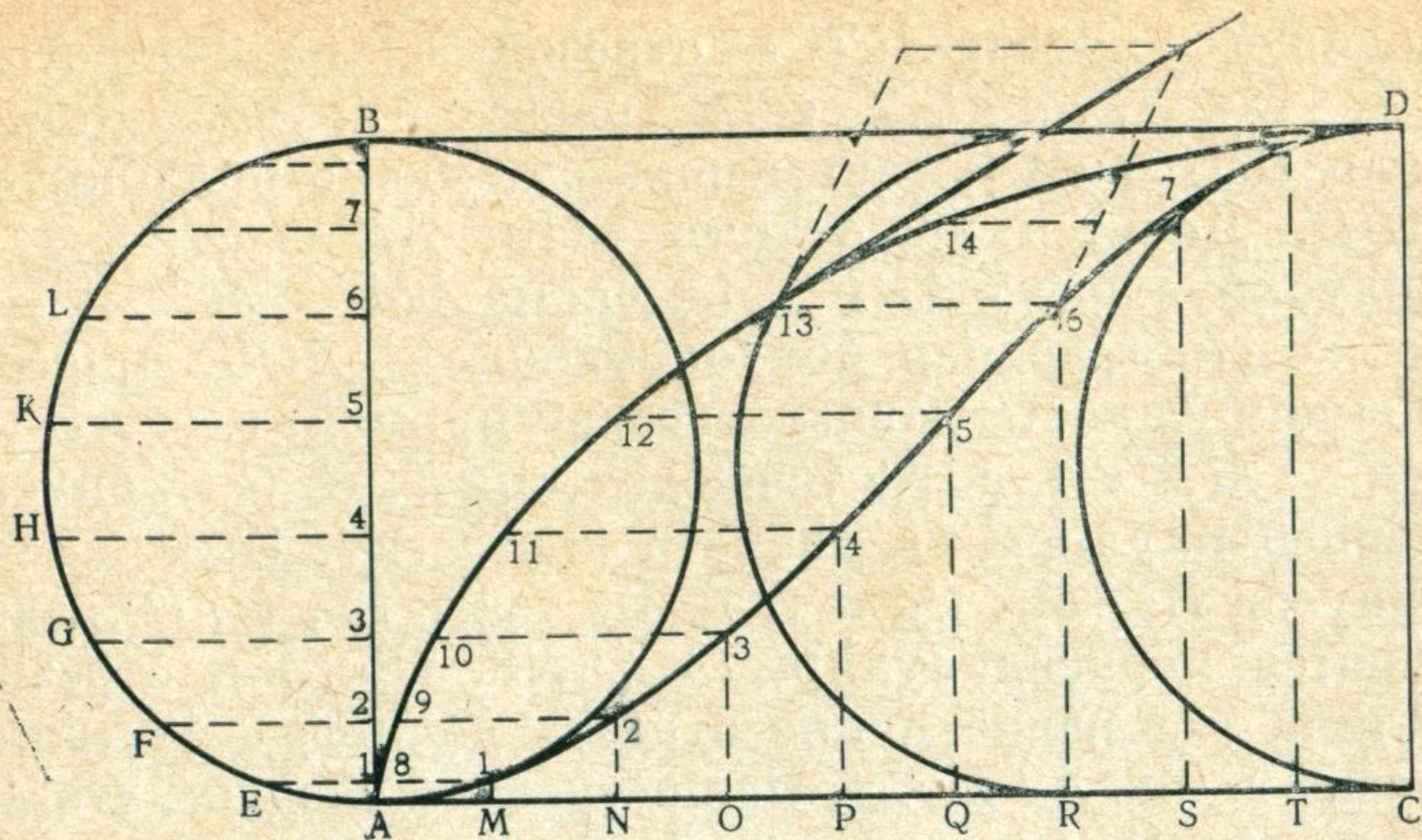


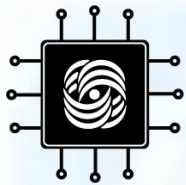
Жиль Роберваль. Фрагмент картины Шарля Лебрена, 1666



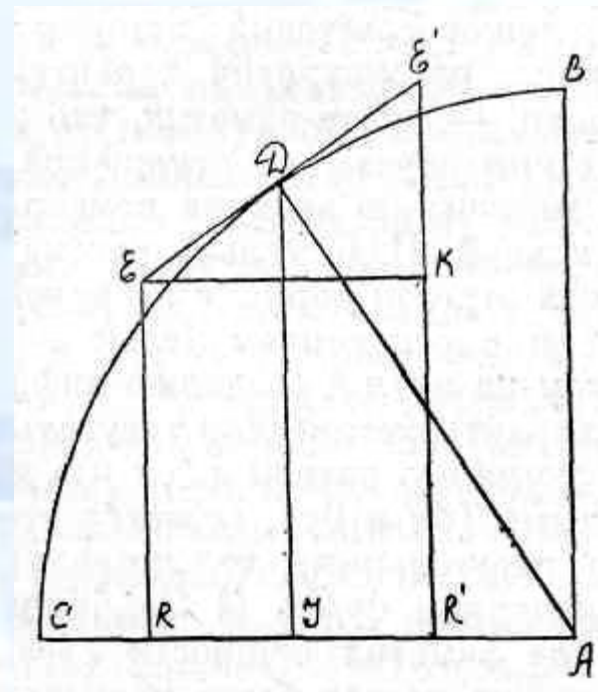
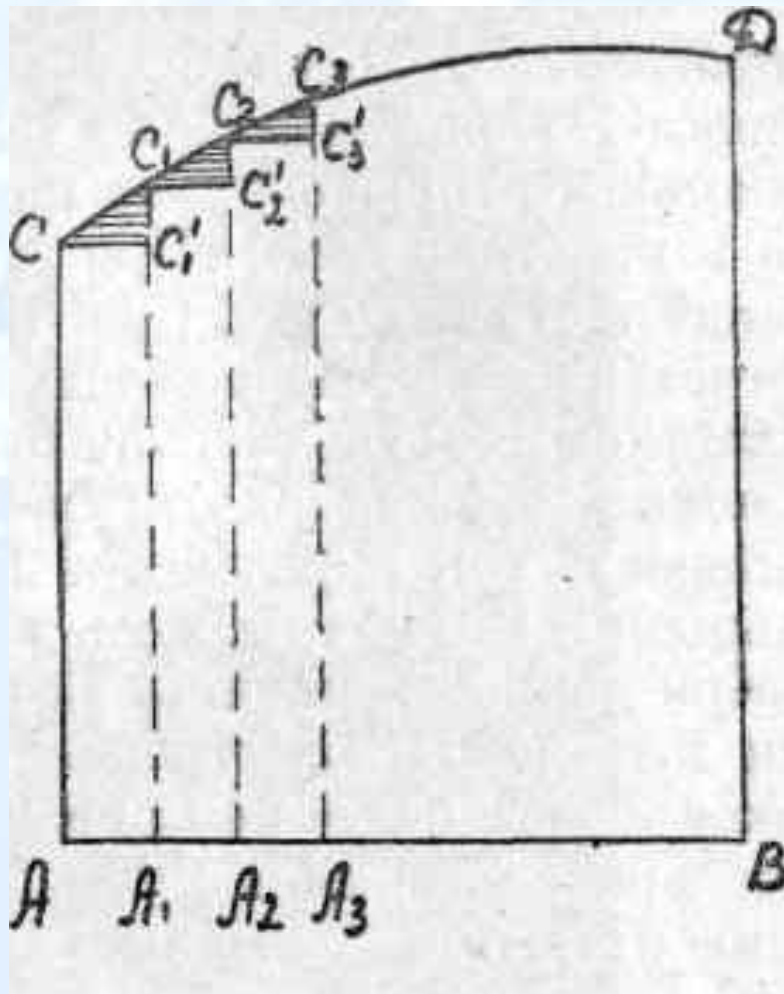
Важнейшее открытие Роберваля – кинематический метод проведения касательной к кривой в произвольной точке. Основные утверждения:

- 1) Вектор скорости движущейся точки в любой момент времени направлен по касательной к траектории.*
- 2) Результирующая мгновенная скорость направлена вдоль диагонали параллелограмма, построенного на составляющих мгновенных скоростях как на сторонах*





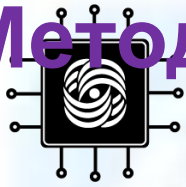
Блез Паскаль(1623-1662)



$$AD/DI = EE'/EK$$

$$DI \cdot EE' = AD \cdot KE = AD \cdot RR'$$

Метод экстремумов и касательных Ферма

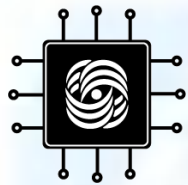


$$f(x+h) \approx f(x)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 0$$

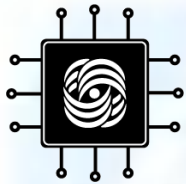
«...легко видеть с первого взгляда, что метод дифференциального исчисления дает тот же результат, как как основа та же, и что члены, которыми пренебрегают в Дифференциальном исчислении,—это те, которые Ферма полагает равными нулю» (Ж.Л.Лагранж)





Исаак Барроу (1630-1677)





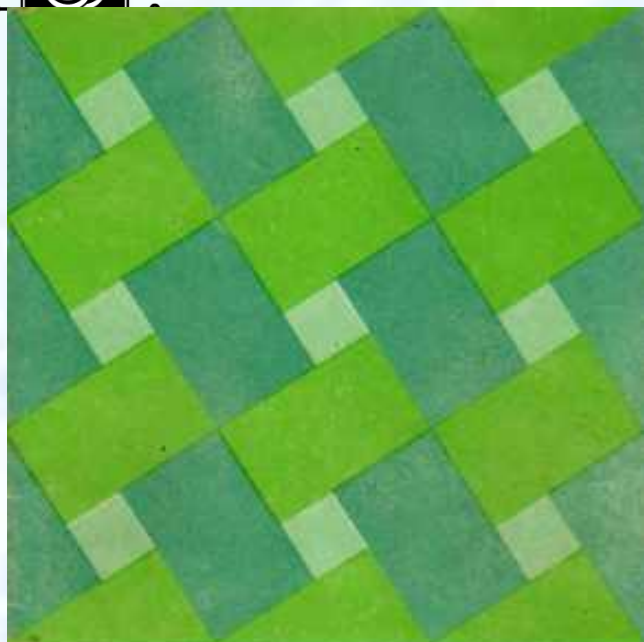
Исаак Барроу (1630-1677)



- Евклидовы элементы (1655)
- Данные Евклида (1657)
- «Пятнадцать книг элементов Евклида с сокращенными доказательствами» (1659)
- Лекции по математике (1664 -1666)
- Лекции об оптических явлениях (1669)
- Лекции по оптике и геометрии (1669-1674)
- Лекция, в которой исследуются методом неделимых теоремы Архимеда о сфере и цилиндре (1678)
- Открытые лекции, читанные в Кембриджском университете Исааком Барроу, лукасовским профессором математики (1684)

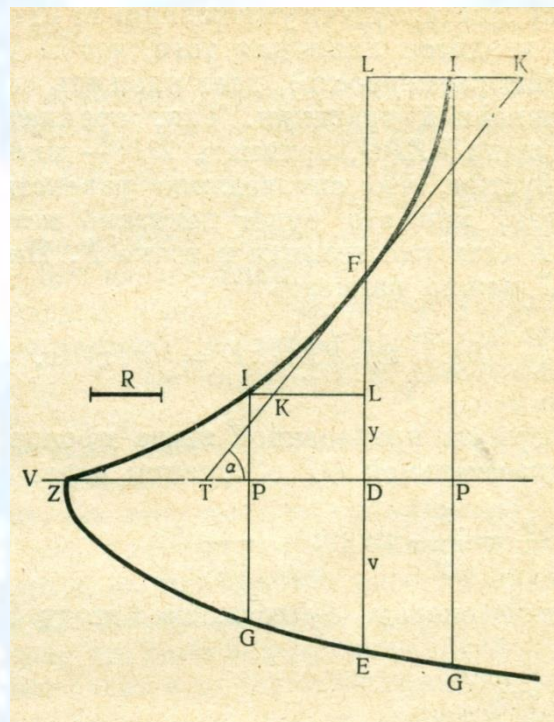


Исаак Барроу (1630-1677)



В. И. Арнольд

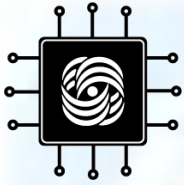
ГЮЙГЕНС и БАРРОУ,
НЬЮТОН и ГУК



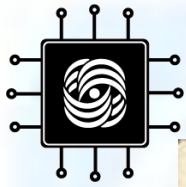
$$(*) \quad Ry = \text{пл. } VZGED = \int_0^x v(x) dx.$$

$$(*) \quad v = R \lim_{e \rightarrow 0} \frac{a}{e} = R \frac{dy}{dx}$$

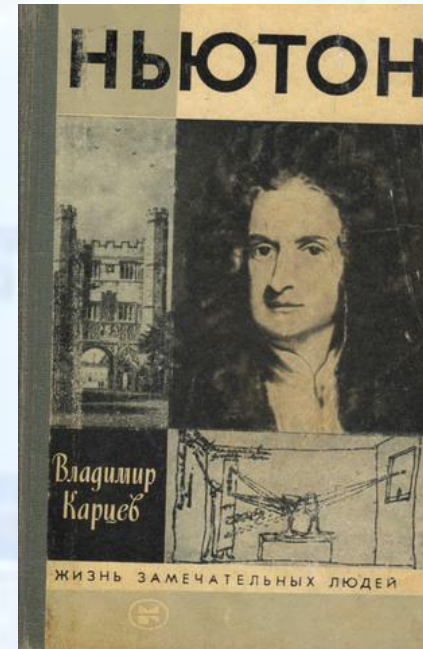
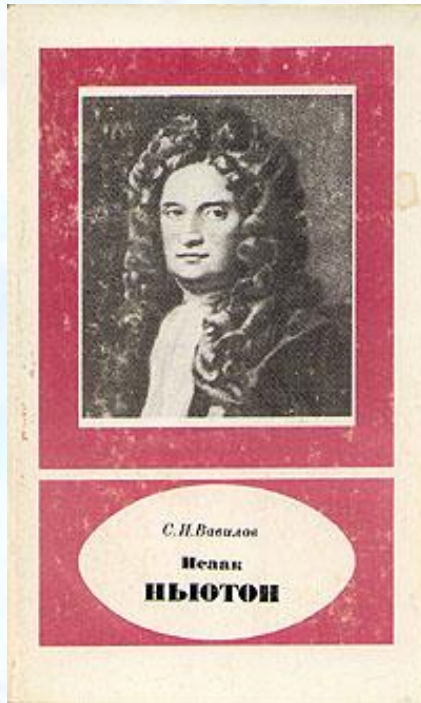
$$(1+x)^n > 1+nx$$



«в интеграционных задачах на первое место выдвинулось суммирование бесконечно большого числа бесконечно малых слагаемых... в дифференциальных задачах было выявлено единство приемов их решения, которые сводились к разысканию бесконечно малых разностей величин и их отношений». Кроме того, как основное средство аналитического выражения функций стали применяться бесконечные степенные ряды. Существовали все предпосылки для создания нового оперативного исчисления. Однако недоставало систематического применения отношений двух исчезающих величин и вычислительного алгоритма»



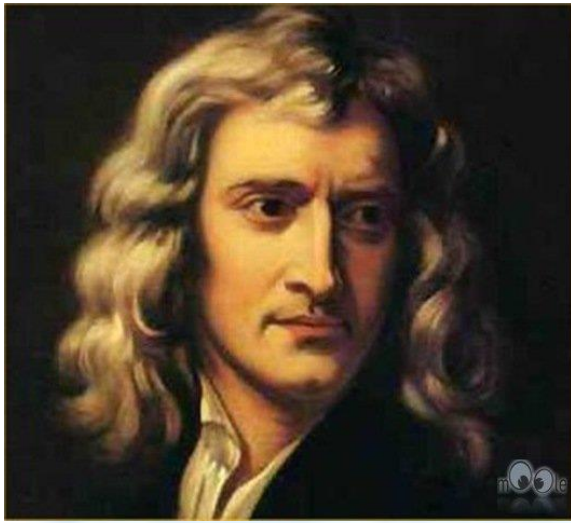
Исаак Ньютон (1643 – 1727)



Гайденко, П.П. Своеобразие научной программы Ньютона // Природа. - М., 1987. - № 8. - С. 16-26

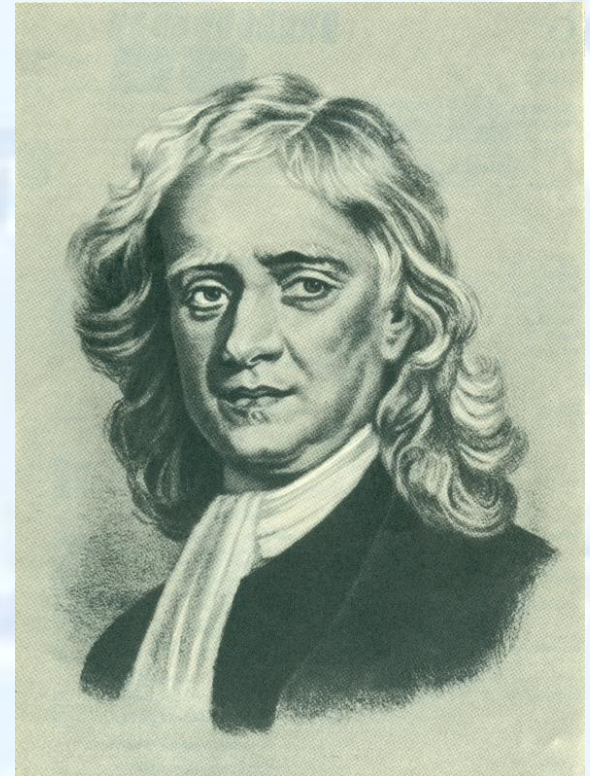
Гинзбург В.Л. К трехсотлетию «Математических начал натуральной философии» Исаака Ньютона / О физике и астрофизике: Статьи и выступления. -. - М.: Наука. Гл. ред. физ. -мат. лит., 1992.

О математических сочинениях И. Ньютона // ИМИ, Вып. 31, 1989. - С. 7-51⁶⁹



- 1661** Сабсайзер Тринити-колледжа Кембриджского университета
- 1663** Ученик И.Барроу
- 1665** Бакалавр искусств
- 1665-1667** «Чумной отпуск
- 1669** Принимает кафедру от Барроу

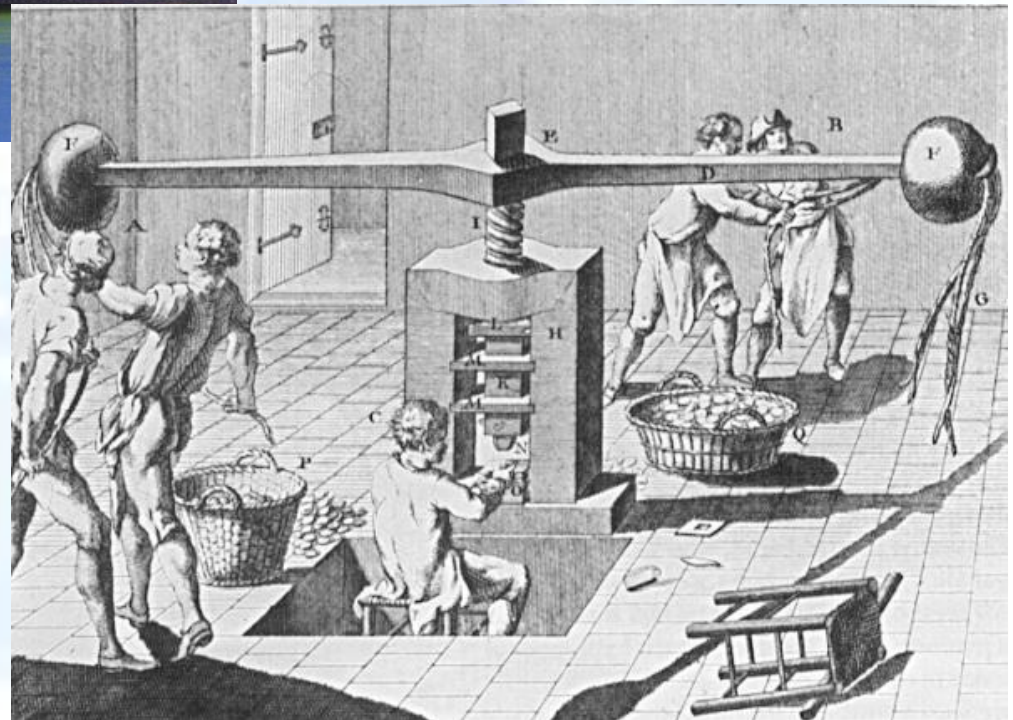
- 1671** В Лондонском Королевском обществе показан телескоп Ньютона.
- 1672** Избран членом Лондонского Королевского общества
- 1703** Избран президентом Лондонского Королевского общества
- 1688-1690** Депутат палаты общин
- 1705** Королева Анна возводит Исаака Ньютона в рыцарское звание.





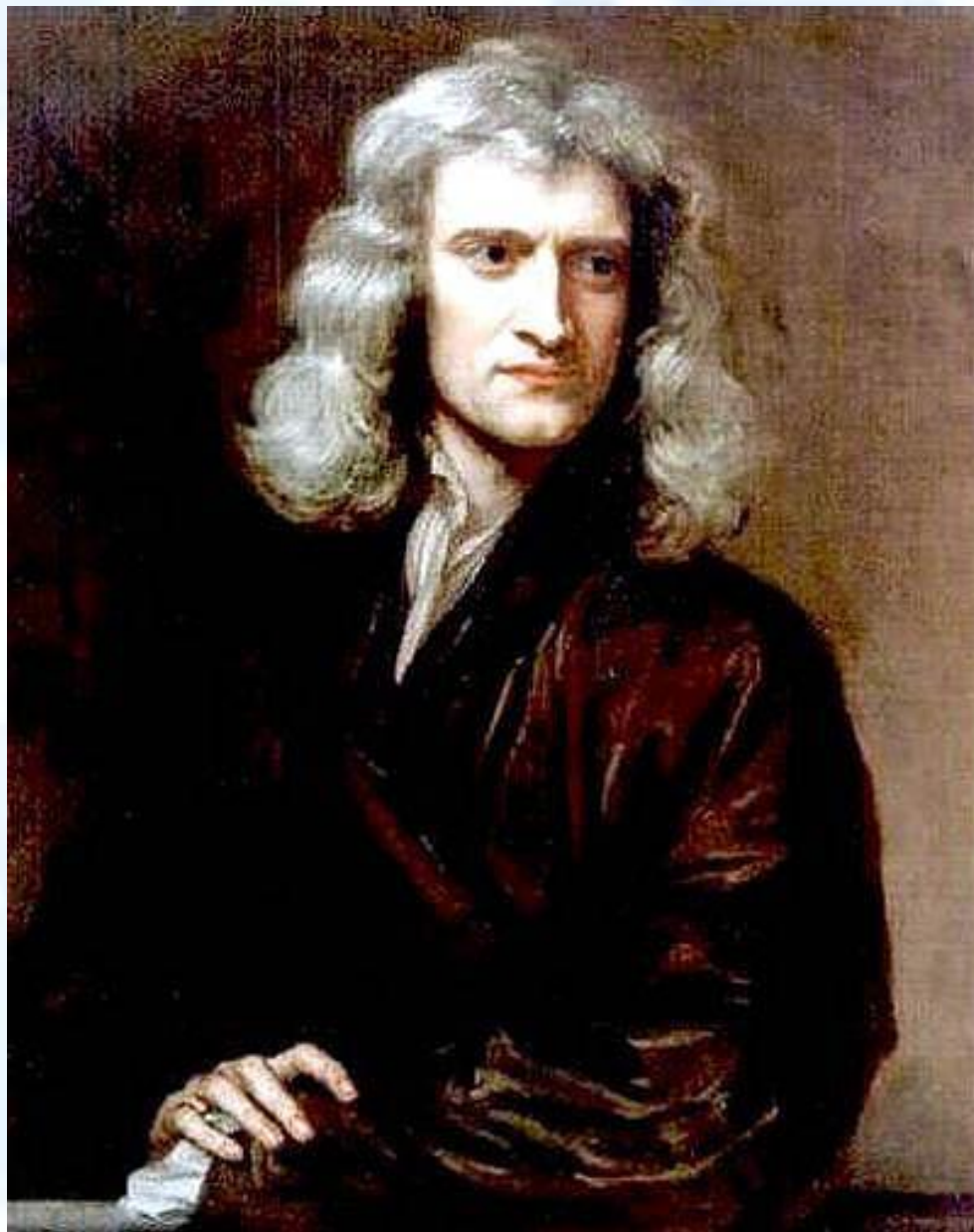
Чарльз
Монтегю

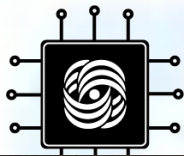
Лондонский Монетный Двор





Ньютон и Петр I





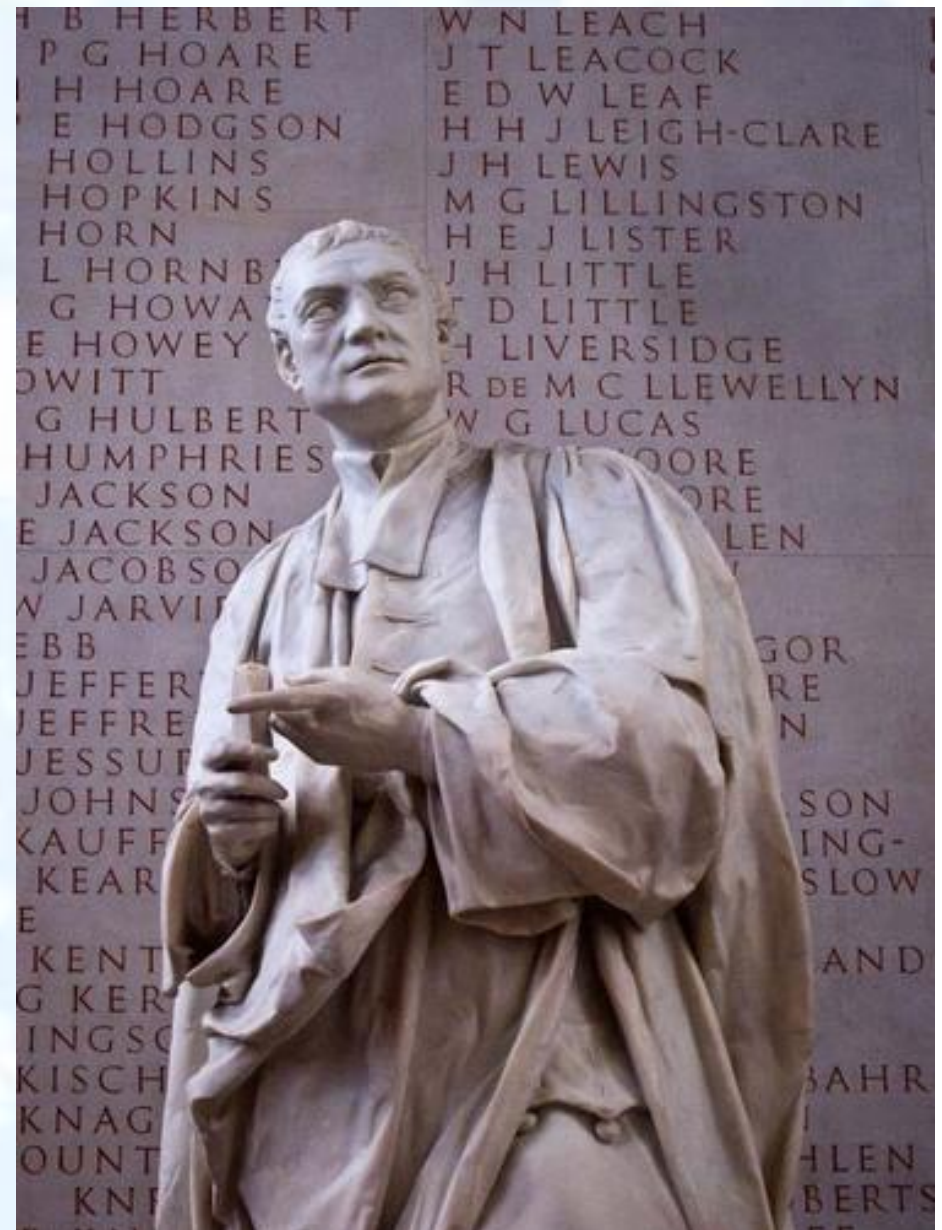
Ньютон и Меншиков

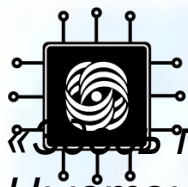


Principi Patribusque ²⁰maxima colenda, Dno Alexandro Menzicoff
Romani et Russi Imperij Principi, Domino de Oranienburgi
Craniae Majestati Primo a Concilijs, Equitum Stratego,
Devotissimum Provinciarum Dynasti, Ordinis Elephantis nec non
Altae Imperij Aquile ^{et} Epistoli
Johannes Newton salutem

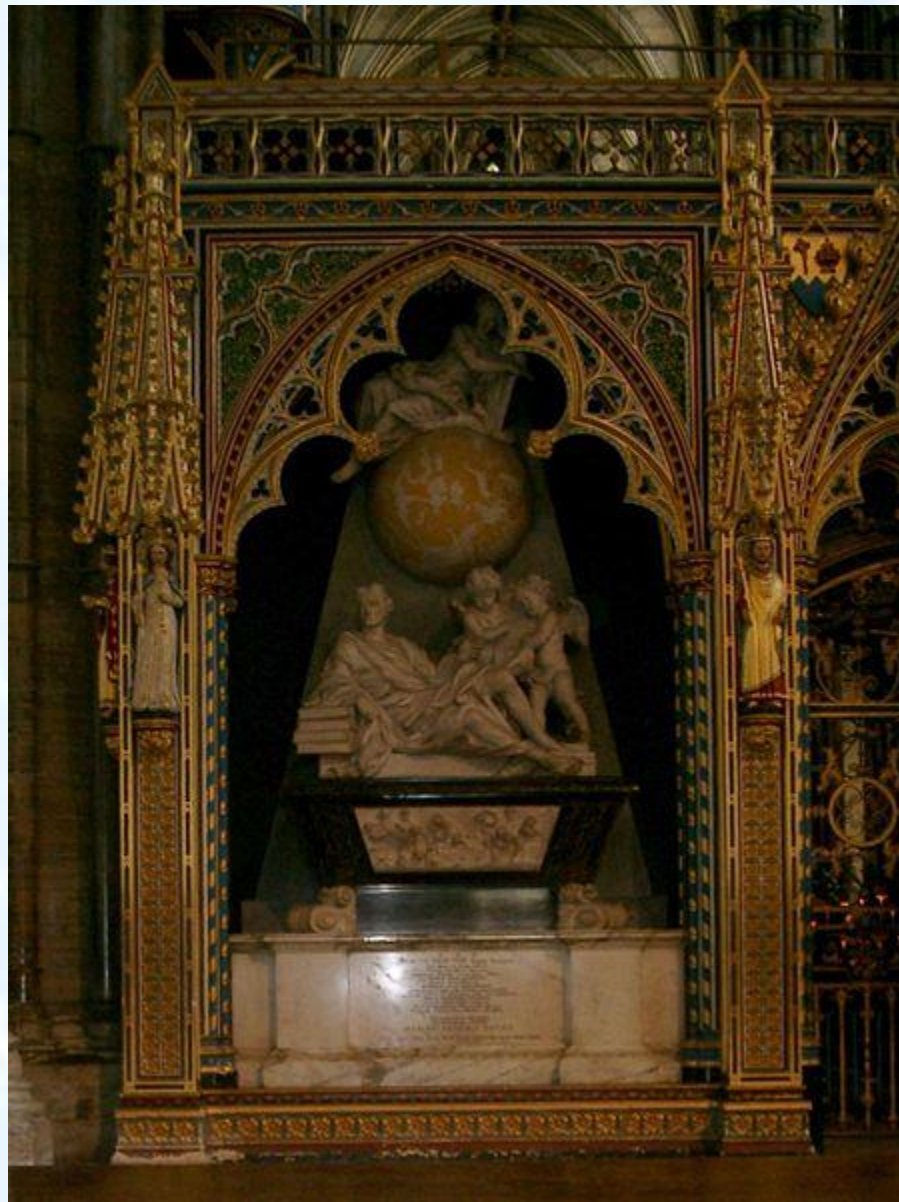
Cum Societas Regia dudum innotuerit Imperatori vestro,
Cranensem ~~et~~ Majestatem, Artis & Scientiarum in Regnis suis
quam maxime promoveri, cumq[ue] ministerio vestro, non solum in
rebus bellicis & civilibus administrandis, sed etiam in bonis literis
& scientijs propagandis, apprime adjuvari: maximo amoris suffut
fuimus gaudio quando Mercatoris Angli nobis significavit
Excellentiam vestram, pro humanitate summa, & singulari suo in
scientias affectu, & erga gentem nostram amore, in corpus
Societatis nostrae cooptari, se dignari. Atq[ue] eo quidem tempore ceteros
nostris firmi, pro more, donec tempestas activa et autumnalis
praeheret, imposituri evanescere. Sed benedicto, senel amplius
convenimus ut Excellentiam vestram suffragijs nostris religeremus,
id quod fecimus unanimi consensu. Et jam, ut primum ceteros
nostros, ~~novos~~ provocatos renovari ^{cupimus}, electionem Diplomaticam
sub Sigillo nostro communi ratam fecimus. Societas autem
Secretario suo in mandatis dedit, ut transmissa ad vos Diplomatica
electionem vobis notam faceret. Vale

Dabam Londini
XXV Octob. MDCCXIV.





«...покоится сэр Исаак Ньютон, дворянин, который почти божественным разумом первый доказал с факелом математики движение планет, пути комет и приливы океанов. Он исследовал различие световых лучей и появляющиеся при этом различные свойства цветов, чего ранее никто не подозревал. Прилежный, мудрый и верный истолкователь природы, древности и св. писания, он утверждал своей философией величие всемогущего бога, а нравом выражал евангельскую простоту. Пусть смертные радуются, что существовало такое украшение рода человеческого.»



Математические начала

ри

PHILOSOPHIÆ NATURALIS PRINCIPIA MATHEMATICA

Auctore **J. S. NEWTON**, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos
Professore Lucasiano, & Societatis Regiæ Sodali.

IMPRIMATUR.
S. P E P Y S, Reg. Soc. PRÆSES.
Julii 5. 1686

L O N D I N I,

Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud
plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

Soc. Reg. Lond.

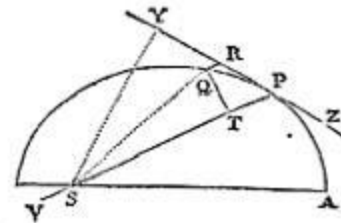
Титульный лист первого издания «Математических начал натуральной философии»

48 PHILOSOPHIÆ NATURALIS.

De Motu Corporum.

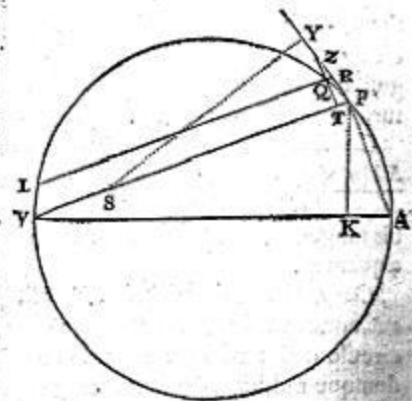
Corol. 4. Iisdem positis, est vis centripeta ut velocitas bis directe, & chorda illa inverse. Nam velocitas est reciproce ut perpendicularum ST per corol. 1. prop. 1.

Corol. 5. Hinc si detur figura quævis curvilinea APQ , & in ea detur etiam punctum S , ad quod vis centripeta perpetuo dirigitur, inveniri potest lex vis centripetæ, quæ corpus quodvis P a cursu rectilineo perpetuo retractum in figuræ illius perimetro detinebitur, eamque revolvendo describet. Nimirum computandum est vel solidum $\frac{SPq \times QTq}{QR}$ vel solidum $STq \times PV$ huic vi reciproce proportionale. Ejus rei dabimus exempla: in problematis sequentibus.



PROPOSITIO VII. PROBLEMA II.
Gyretur corpus in circumferentia circuli, requiritur lex vis centripetæ tendentis ad punctum quodcunque datum.

Esto circuli circumferentia $VQPA$; punctum datum, ad quod vis ceu ad centrum suum tendit, S ; corpus in circumferentia latum P ; locus proximus, in quem movebitur Q ; & circuli tangens ad locum priorem PRZ . Per punctum S ducatur chorda PV ; & acta circuli diametro VA , jungatur AP ; & ad SP demittatur perpendicularum QT , quod productum occurrat tangenti PR in Z ; ac denique per punctum Q agatur LR , quæ ipsi SP parallela sit, & occurrat tum circulo in L , tum tangenti PZ in R . Et ob similia triangula ZQR , ZTP , VPA ; erit RP quad. hoc est QRL ad QT quad.





еделения основных физических понятий - массы, количества движения, силы и пр., аксиомы или законы движения.

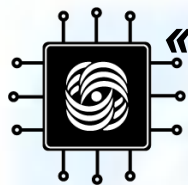
Книга первая - решение ряда динамических задач, относящихся к движению материальных точек и твердых тел.

Вторая книга - гидродинамические и гидростатические задачи, законы движения тел в сопротивляющейся среде, волновое движение, простейшие случаи вихревых движений.

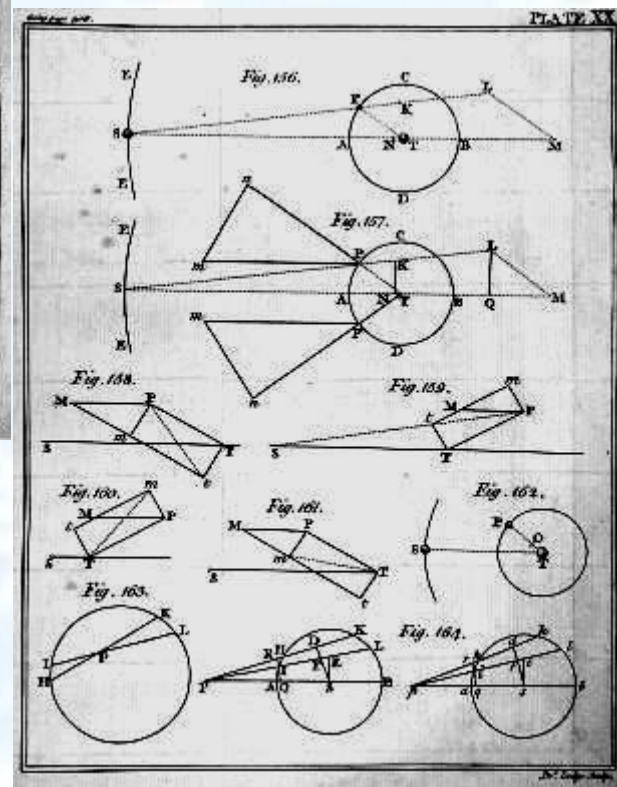
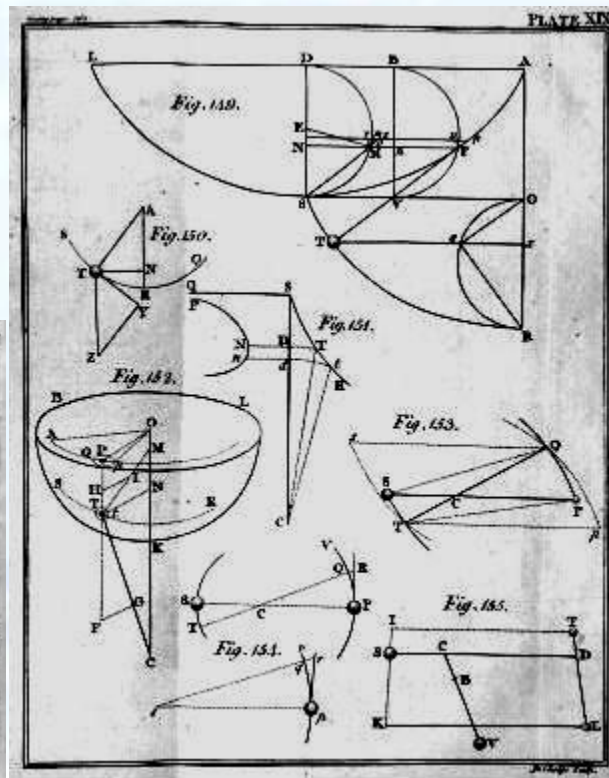
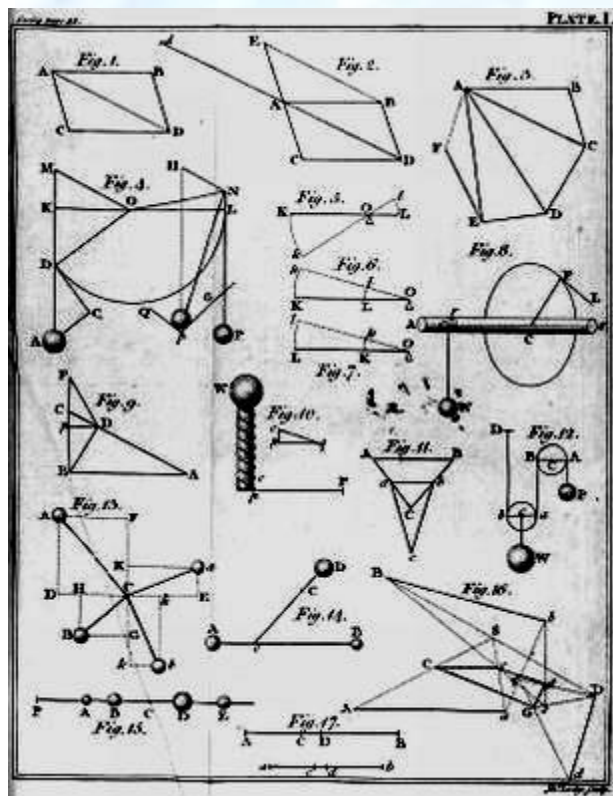
Третья книга — система мира, в основном небесная механика, а также теория приливов.

«Не должно принимать в природе иных причин сверх тех, которые истинны и достаточны для объяснения явлений... Природа ничего не делает напрасно, а было бы напрасным совершать многим то, что может быть сделано меньшим. Природа проста и не роскошествует излишними причинами.»





**«Метод первых и последних отношений, при помощи
которого последующее доказывается» (1-я книга) -
геометрический метод пределов**

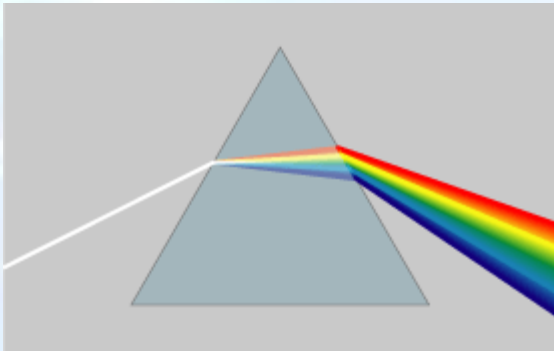




Основные работы Ньютона

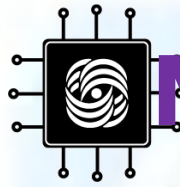
МЕХАНИКА

- ❖ Создание аксиоматической основы, которая фактически перевела эту науку в разряд строгих математических теорий
- ❖ Создание динамики, связывающей поведение тела с характеристиками внешних воздействий на него (сил).



ОПТИКА И ТЕОРИЯ СВЕТА

- ❖ ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ как целостная математическая модель:
- ❖ закон тяготения;
- ❖ закон движения (второй закон Ньютона);
- ❖ система методов для математического исследования (математический анализ)

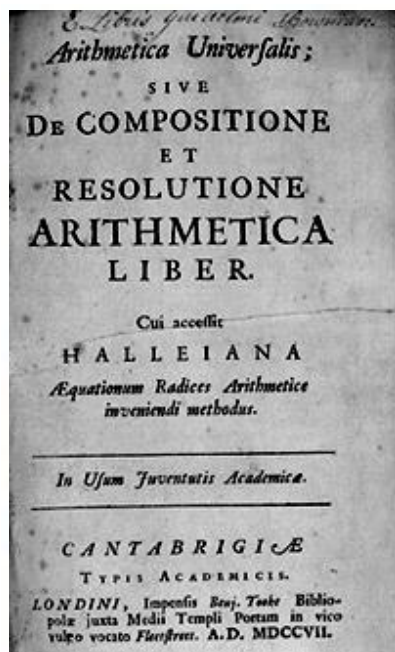


Математика

- ✓ Классификация алгебраических кривых 3-го порядка
- ✓ Биномиальное разложение любой (не обязательно целой) степени, с которого начинается теория бесконечных рядов
- ✓ Разностные методы
- ✓ «Универсальная арифметика» с различными численными методами для приближенного решения уравнений
- ✓ «Анализ с помощью уравнений с бесконечным числом членов» - исследование кривых

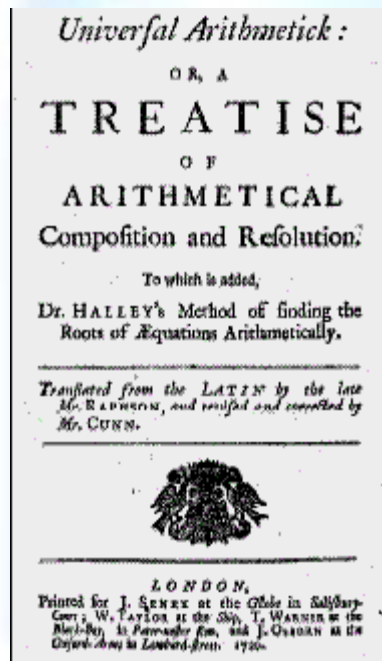


Лучшим и наиболее безопасным методом философствования, как мне кажется, должно быть сначала прилежное исследование свойств вещей и установление этих свойств с помощью экспериментов, а затем постепенное продвижение к гипотезам, объясняющим эти свойства. (из письма к И.Пардису)



Универсальная арифметика

- О значении некоторых терминов и знаков,
- О сложении,
- О вычитании, Об умножении, О делении, Об извлечении корней,
- О приведении дробей и радикальных величин
- О сокращении дробей, Об отыскании делителей
- О приведении дробей к общему знаменателю
- О приведении радикалов к простейшему виду
- О приведении радикалов к общему показателю
- О приведении радикалов к более простым радикалам посредством извлечения корней,
- О форме уравнения, О приведении одного уравнения
- О приведении двух или большего числа уравнений к одному с целью исключения неизвестных величин
- Исключение неизвестной величины путем сравнения ее значений
- Исключение неизвестной величины путем подстановки ее значений
- Исключение неизвестной величины, входящей в каждое уравнение в нескольких измерениях
- О методе исключения из уравнений любого числа радикалов
- О приведении вопроса к уравнению
- Как приводятся к уравнениям геометрические вопросы
- Как следует решать уравнения, О природе корней уравнения
- О преобразованиях уравнений, О пределах уравнений
- Приведение уравнений при помощи иррациональных делителей
- Линейное построение уравнений





Флюксии и флюэнты Ньютона

Анализ при помощи уравнений с бесконечно малыми величинами 1669(1711)

Метод флюксий и бесконечные ряды 1671 (1736)

Рассуждения о квадратуре кривых 1676 (1704)

Введение к «Математическим началам натурфилософии»

202 EUCLIDIS Elementorum

1. Hyp. Si fieri potest, sit D ipsarum AC,
2 3. ex. 10. AB communis mensura, $\therefore$ ergo D metitur
b 1. def. 10. AC — AB (BC). $\therefore$ ergo AB $\perp$ BC, contra
Hypoth.
c 16. 10. 2. Hyp. Dic AB $\perp$ BC. $\therefore$ ergo AC $\perp$
AB, contra Hypoth.

Coroll.

Hinc etiam, si tota magnitudo ex duabus
composita, incommensurabilis sit alteri ipsa-
rum, eadem & reliquæ incommensurabilis erit.

PROP. XVIII.

Si fuerint
duæ rectæ li-
neæ inequales
AB, GK;
quarta autem
parti quadra-
ti, quod fit à
minori GK,
æquale paral-
lelogrammum
ADB ad maiorem AB applicetur, deficiens figurâ
quadrata, & in partes AD, DB longitudine com-
mensurabiles ipsam dividat, major AB tanto plus
poterit quam minor GK, quantum est quadratum
rectæ lineæ FD sibi longitudine commensurabilis:
Quod si major AB tanto plus possit, quam minor
GK, quantum est quadratum rectæ lineæ FD sibi
longitudine commensurabilis; quarta autem parti
quadrati, quod fit à minori GK, æquale paral-
lelogrammum ADB ad maiorem AB applicetur,
deficiens figurâ quadratâ, in partes AD, DB lon-
gitudine commensurabiles ipsam dividet,
 $\therefore$ Bifeca GK in H; & fac rectang. ADB =
GHq; abscinde AF = DB. Eruntque AB $\perp$ =
4 ADB $\perp$ (4 GHq. vel $\perp$ GK) $\rightarrow$ FDq. Jam
primò.

"Намек на метод
(метод флюксий) я
получил из способа
Ферма проведения
касательных; применяя
его к абстрактным
уравнениям прямо и
обратно, я сделал его
общим. М-р Грегори и д-
р Барроу применяли и
улучшили этот метод
проведения
касательных.»

ИСААК
НЬЮТОН

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
РАБОТЫ

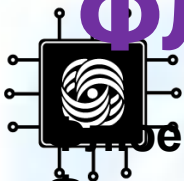
ПЕРЕВОД С ЛАТИНСКОГО
ВВЕДЕНИЕ СТАТЬИ
И КОММЕНТАРИИ
Д. Д. МОРДУХАЙ-ВОЛТОВСКОГО

13720

БИБЛИОТЕКА
ИЗДАТЕЛЬСТВА
СО АН СССР

ОБЪЕДИНЕННОЕ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО ВЕЩ. СССР
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1977 ЛЕНИНГРАД

Флюксии и флюэнты Ньютона



Флюэнты – переменные величины, входящие в уравнения

Флюксии – скорости изменения прироста флюент, т. е. отношения бесконечно малого прироста одной флюэнты к соответствующему бесконечно малому приросту другой флюэнты

«Метод флюксий...»: теория разложения функций в ряды, переход к задаче отыскания отношений флюксий, если дано соотношение между флюэнтами, затем вторая задача - из данного отношения между флюксиями найти отношение между флюэнтами

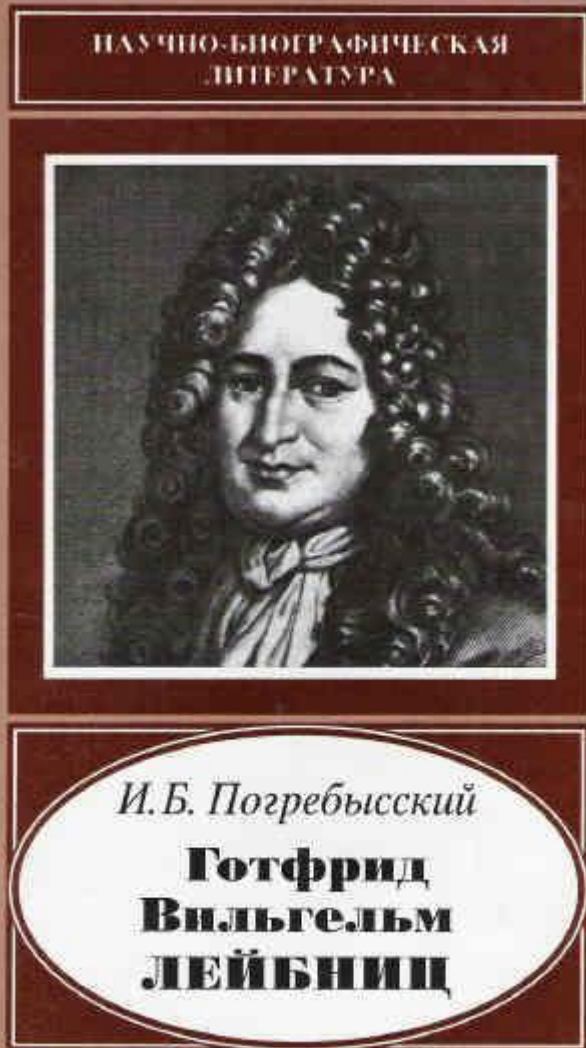
Три фундаментальных принципа:

- Взаимная обратность двух задач
- Любая функция - в виде суммы бесконечного степенного ряда
- Производная степенной функции

«Эти последние отношения исчезающих количеств не являются в точности отношениями последних количеств, а пределами, к которым постоянно приближаются отношения беспрельдно убывающих количеств и к которым они приближаются более чем на любую заданную разность, но никогда не переходят через них и в действительности не достигают их ранее, чем эти количества не уменьшатся до бесконечности» («Начала», книга I, отдел I, последняя схолия).

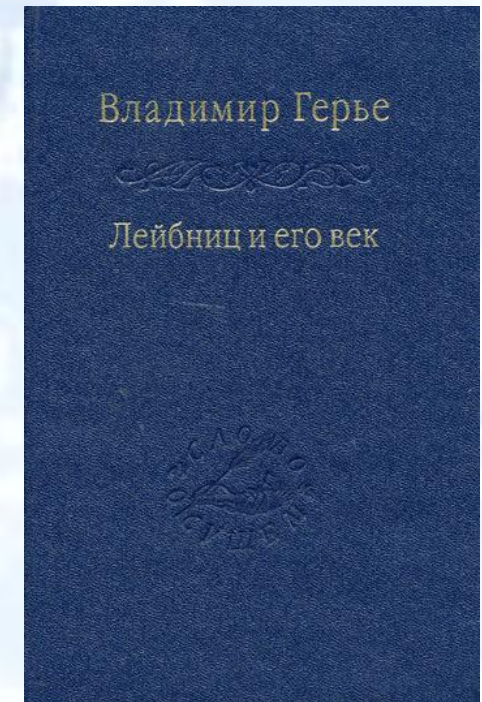


Готфрид Вильгельм Лейбниц(1646 – 1716)



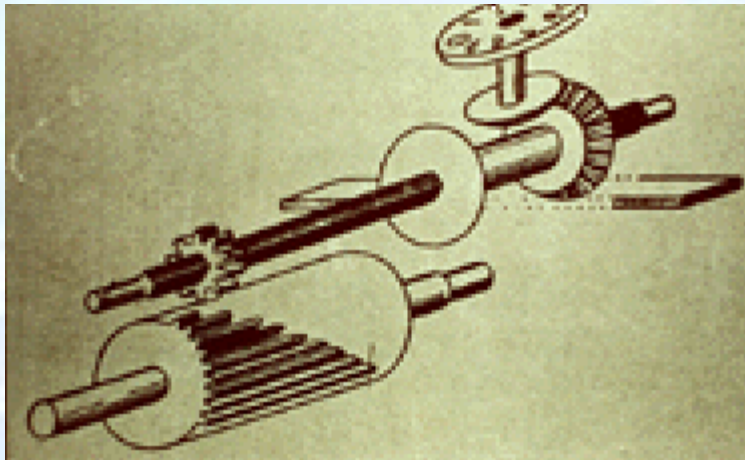
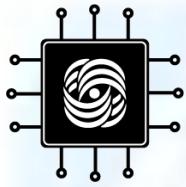
Нарский И.С.
Г.Лейбниц . М.:
Мысль, 1972

Герье В.И. Лейбниц и
его век . Спб.: Наука,
2008

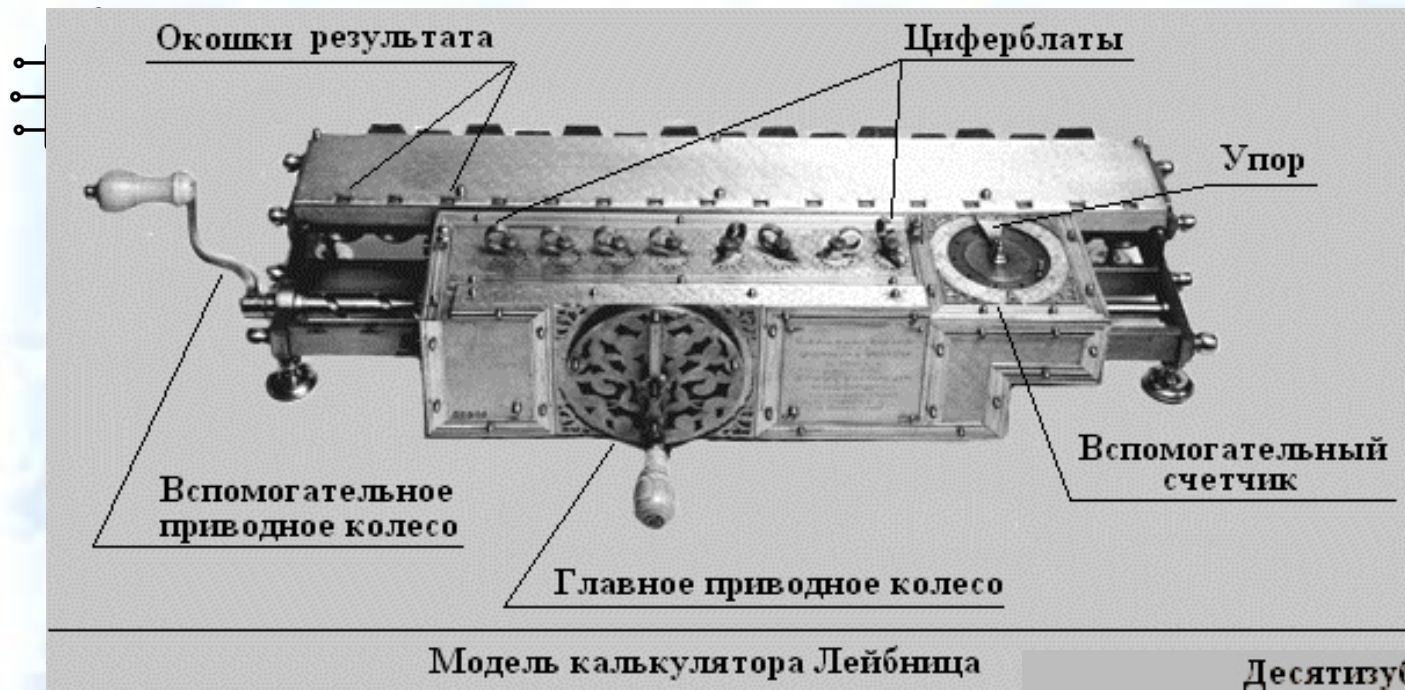




- 1662** Степень бакалавра философии в Лейпцигском университете
- 1663** Семестр в Йенском университете
- 1664** Степень магистра
- 1666-1667** Защита юридической диссертации и степень доктора обоих прав в Нюрнбергском университете (Альтдорф)
- 1668-1672** Майнц, на службе у Майнцкого курфюрста Шенборна
- 1677-1716** Служба у ганноверского герцога
- 1696** Назначение ганноверским тайным советником юстиции
- 1700** По инициативе Лейбница открывается Берлинское научное общество, Лейбниц – пожизненный президент
- 1713** Назначение имперским придворным советником

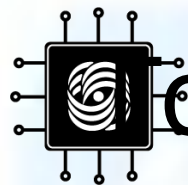


http://all-itech.msk.ru/inf/history/p_1_7.html



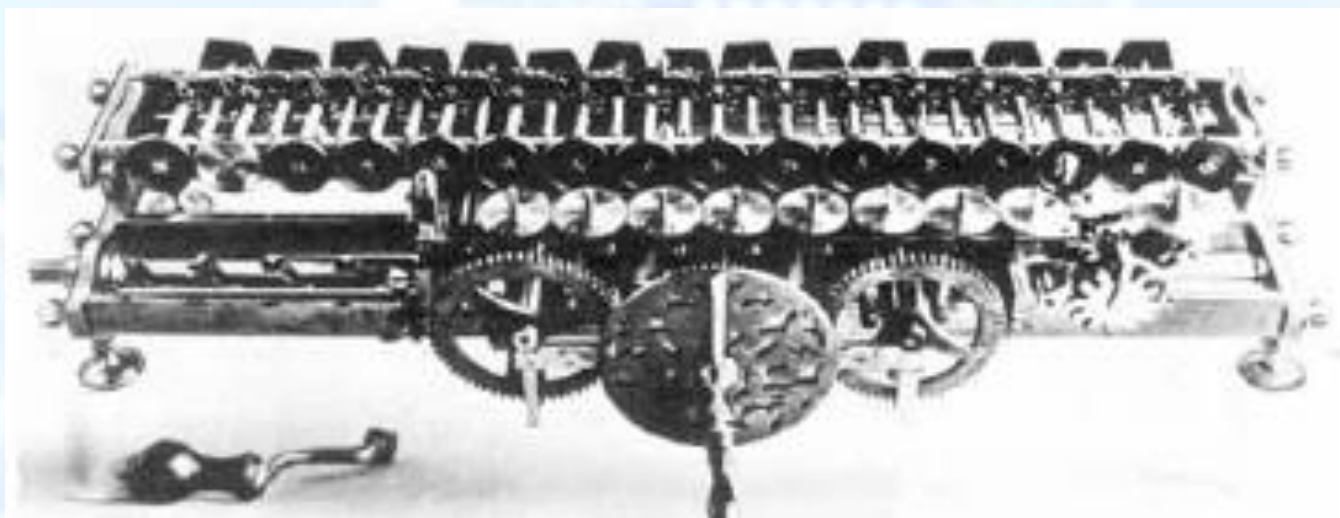
«Мне посчастливилось построить такую арифметическую машину, которая бесконечно отличается от машины Паскаля, так как моя машина дает возможность совершать умножение и деление над огромными числами мгновенно, притом не прибегая к последовательному сложению и вычитанию».

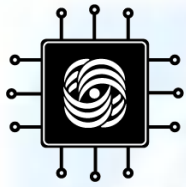




Готфрид Лейбниц (1646 – 1716)

- Механический калькулятор, выполняющий арифметические действия





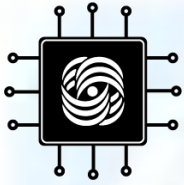
Готфрид Лейбниц (1646 – 1716)

Для умножения чисел
используется способ
многократного сложения.

Слева - на бумаге и Паскалине,
справа - на арифмометре

```
      1526
*      312
=====
      1526
+      1526
+ 1526 <-
+ 1526 <-
+ 1526
+ 1526
=====
= 476112
```

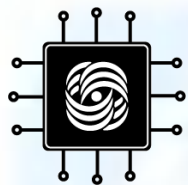
```
      1526
*      312
=====
      1526
+      1526
-----
=      3052
----- -> сдвиг каретки
      3052
+      1526
-----
=      18312
----- -> сдвиг каретки
      18312
+      1526
+      1526
+      1526
=====
=      476112
```



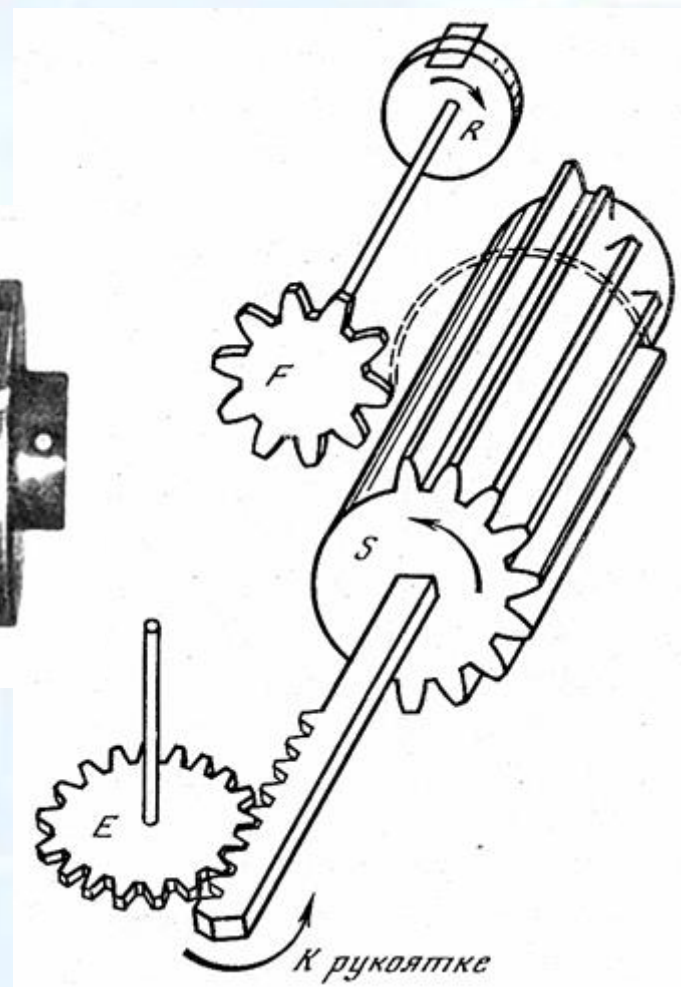
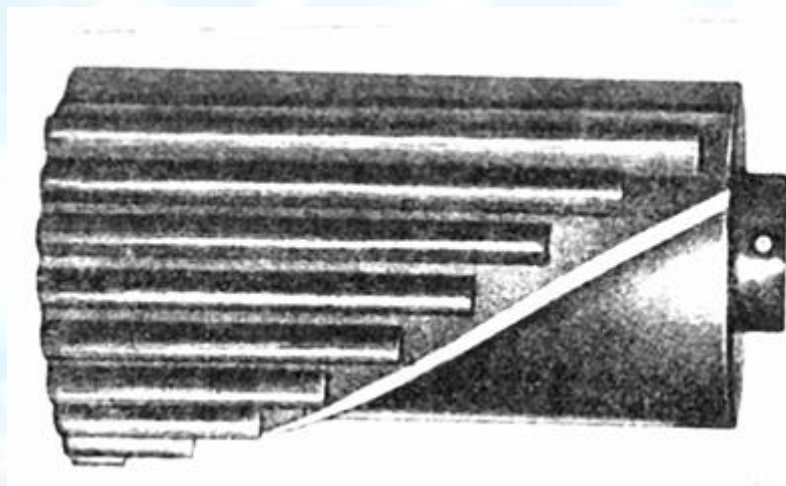
Машина Лейбница

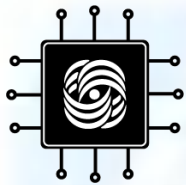
Для механизации операции умножения Лейбниц ввел в конструкцию вычислительной машины:

- ✓ механизм многократного ввода слагаемого (ступенчатый валик Лейбница);
- ✓ размещение механизма ввода на подвижной каретке



Ступенчатый валик Лейбница





Реконструкция машины Лейбница

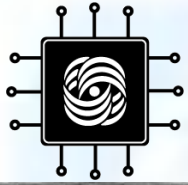


Арифмометр Лейбница (1673 г., реконструкция). Механизм ввода слагаемых размещен спереди на подвижной каретке, его ступенчатые валики вращаются правой рукояткой. Суммирующий механизм расположен сзади, сдвиг каретки производится поворотом левой рукоятки



Куренной В.А. Лейбниц и Петровские реформы // Отечественные заметки, 2004, № 2 <http://www.strana-oz.ru/?numid=17&article=840>

«Профессоров поставить наравне с высшими чиновниками в главных городах и при дворе, а учителей уравнивать во всем с высшими чиновниками в провинции»



Лейбниц, Гюйгенс, ряды



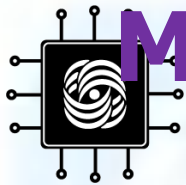
$$\frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{21} + \frac{1}{27} + \dots$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} 2 \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = 2$$

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} -$$

Христиан Гюйгенс

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \dots$$



Математические достижения Лейбница



- ✓ Создал комбинаторику как науку
- ✓ Исследовал вопрос о разрешимости линейных систем; понятие определителя
- ✓ Совместно с Иоганном Бернулли открыл приём разложения рациональных дробей на сумму простейших
- ✓ Лейбниц даёт подразделение вещественных чисел на алгебраические и трансцендентные; аналогично классифицировал кривые линии
- ✓ Введено общее понятие огибающей однопараметрического семейства кривых
- ✓ Лейбниц вводит показательную функцию в самом общем виде: u^v



*Весь мир его узнал по созданным трудам,
Был даже край родной*

*с ним вынужден считаться,
Уроки мудрости давал он мудрецам,
Он был мудрее их: умел он сомневаться.*

Вольтер





К портрету Лейбница

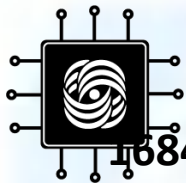
*Когда вникаю я, как робкий ученик,
В твои спокойные, обдуманые строки,
Я знаю — ты со мной! Я вижу строгий лик,
Я чутко слушаю великие уроки.*

*О Лейбниц, о мудрец, создатель вещей книг!
Ты выше мира был, как древние пророки.
Твой век, дивясь тебе, пророчеств не постиг
И с лестью смешивал безумные упреки.*

*Но ты не проклинал, и тайны от людей
Скрывая в символах, учил их, как детей.
Ты был их детских снов заботливый хранитель.*

*И после — буйный век глумился над тобой,
И долго ждал ты час, назначенный судьбой...
И вот теперь встаешь, как Властный,
как Учитель!*

(В. Брюсов)



Учение Лейбница

1684 - «Новый метод для максимумов и минимумов, а также для касательных, для которого не являются препятствием дробные и иррациональные количества, и особый вид исчисления для этого».

$$dx, dy$$

$$d(uv) = u dv + v du$$

$$dy = 0$$

$$d^2 y = 0$$

$$ddv$$

«Доказательства правил легко получить, если учесть, что дифференциалы пропорциональны мгновенным приращениям величин» (дифференциалы рассматривает как бесконечно малые разности)

1686 - «О глубокой геометрии и анализе неделимых, а также бесконечных»

Юшкевич А.П. Лейбниц и основание исчисления бесконечно малых // УМН, 1948, № 3 (23), с.150–164 <http://mi.mathnet.ru/rus/umn/v3/i1/p150>



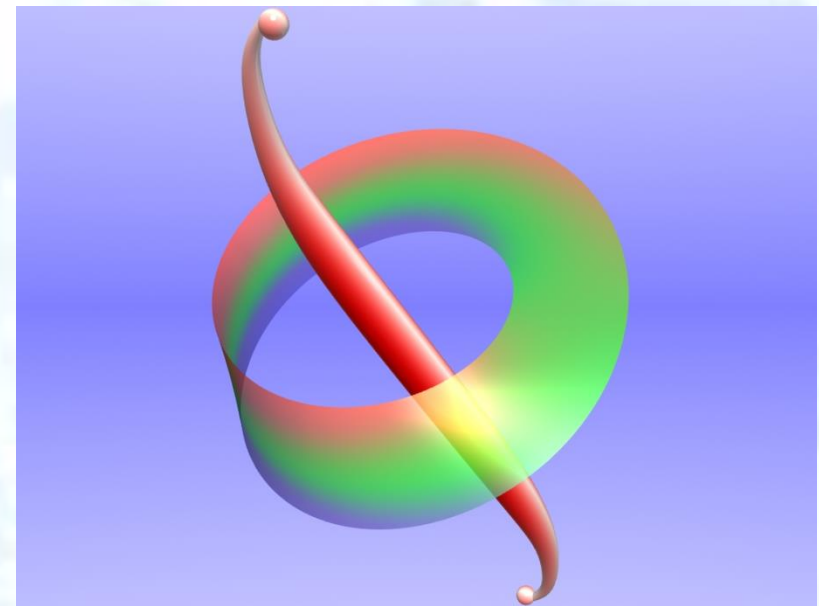
Интегрирование

Ньютон – интегрирование как отыскание первообразных функций

$$x^2/a, x^3/a^2, a^3/x^2, a^4/x^3,$$

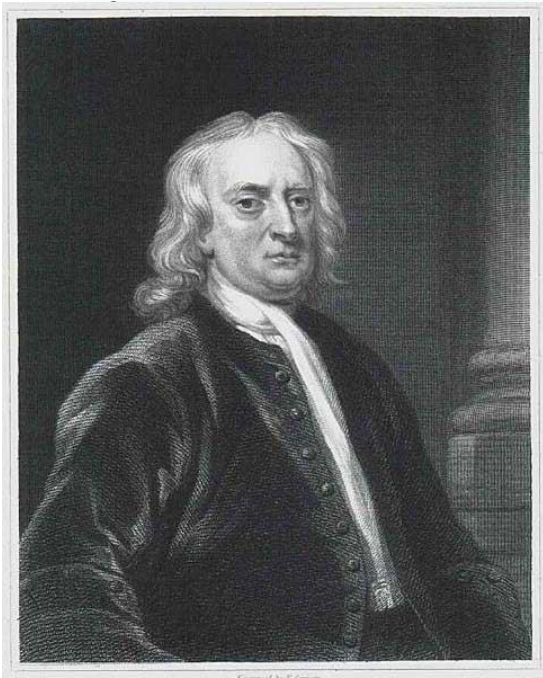
$$\sqrt{ax}, \frac{1}{1+x^2}, \sqrt{a^2 \pm x^2}$$

Лейбниц - интегрирование как сумма бесчисленного множества бесконечно малых дифференциалов



$$\int_b^a f(x) dx = \sum_{i \in [a,b]} f(x_i) dx_i$$

$$\int_b^a f(x) dx = F(a) - F(b)$$



Многовеков ой спор

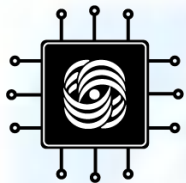


И.НЬЮТОН

«Анализ при помощи уравнений с
бесконечно малыми величинами» –
1669 (1711)
«Метод флюксий и бесконечные ряды»
– 1671 (1736)
«Рассуждение о квадратуре кривых» –
1676 (1704)

Г.В.ЛЕЙБНИЦ

«Новый метод для максимумов и
минимумов» – 1684
«О глубокой геометрии и анализе
неделимых, а также бесконечных» –
1686



Многовековой спор

6 aecddaе 13eff 7i 3l 9n 4o 4qrr 4s 9t 12vx;

Дано уравнение, заключающее в себе текущие количества (флюенты), найти течения (флюксии) и наоборот

"Ньютон подошел к открытию квадратур при помощи бесконечных рядов не только совершенно независимо, но он настолько дополнил метод вообще, что издание его работ, до сих пор не получившее осуществления, явилось бы несомненно поводом новых больших успехов в науке" (Лейбниц, 2-е издание «Нового метода...»)

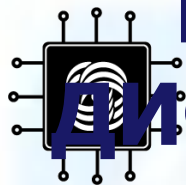


Фацио Дюилье
Nicolas Fatio
de Duillier
1664 – 1753
1699

**1704 - «Оптика» Ньютона и
рецензия в «Acta eruditorum»**

**1713 - Ньютон добился
благоприятного для себя
заключения комиссии
Королевского общества**

«Такие замечательные люди и великие математики, как Ньютон, Лейбниц, Иоганн Бернулли выступают здесь в каком-то ужасном виде» (В.Арнольд)



ПЕРВЫЕ ВЫСТУПЛЕНИЯ ПРОТИВ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

1694-1695: **Bernardo Nieuwentiit, (1654-1718)**

Г.В.Лейбниц, «Ответ на некоторые затруднения, выдвинутые г-ном Б.Нивентейтом против дифференциального или инфинитезимального метода», 1695

u^v

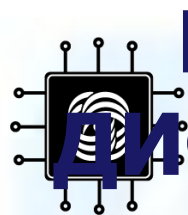
$$a + dx = a$$

Г.В.Лейбниц, «Опыт о причинах движений небесных тел», 1689

«Я принимаю равными не только те величины, разность которых есть совершенное ничто, но и те, разность которых несравнимо мала» (Лейбниц)



Якоб Герман (1678 – 1733)



ПЕРВЫЕ ВЫСТУПЛЕНИЯ ПРОТИВ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

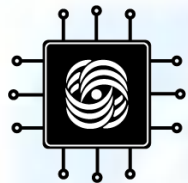
Мишель Ролль (1652 – 1719)



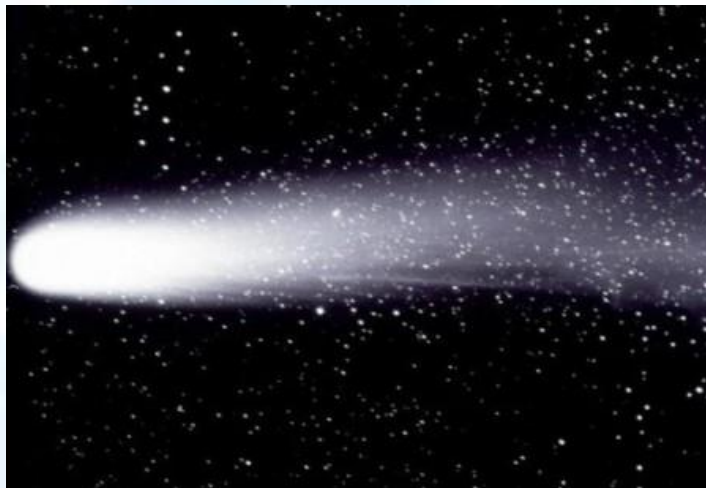
Пьер Вариньон (1654 — 1722)



Жозеф Сорен (1659—1737)

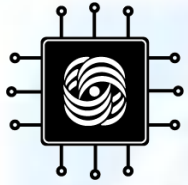


ЭДМУНД ГАЛЛЕЙ (1656 – 1742)



Хвост кометы Галлея
12 марта 1986 г.





ДЖОРДЖ БЕРКЛИ (1684—1753)



Быховский Э. Беркли. —
М.: Мысль, 1970



Джон Смайберт, Портрет декана Джорджа Беркли с семьей

THE
ANALYST;
OR, A
DISCOURSE

Addressed to an
Infidel MATHEMATICIAN.

WHEREIN

It is examined whether the Object, Principles, and Inferences of the modern Analysis are more distinctly conceived, or more evidently deduced, than Religious Myfterie and Points of Faith.

By the Author of *The Minute Philosopher*.

First cast out the beam out of thine own Eye; and then shalt thou see clearly to cast out the mote out of thy brother's eye.
S. Matt. c. vii. v. 5.

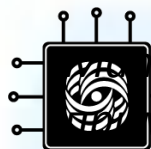
L O N D O N:

Printed for J. TONSON in the Strand. 1734.



«Аналист или рассуждение, обращённое к неверующему математику, где исследуется, более ли ясно воспринимаются или более ли очевидно выводятся предмет, принци-пы и умозаключения современного анализа, чем религиозные таинства и догматы верь». (1734)

1710 - «Трактат о принципах человеческого знания» (переиздана в 1734 г). http://sbiblio.com/biblio/archive/berkli_traktat

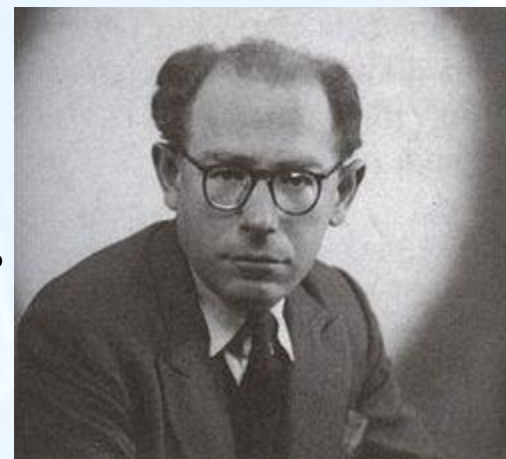


Математики «стремятся скорее действовать, а не познавать, скорее менять правила и формулы, а не понять принципы и глубоко проникнуть в суть понятий» (Д.Беркли)



- отбрасывание бесконечно малой при выводе производной степенной функции – компенсация ошибок
- бесконечность как чувственно невоспринимаемая не имеет права на существование
- нельзя делить конечную величину до бесконечности при образовании бесконечно малых

Абрахам Робинсон
(1918 — 1974) —
американский создатель
«нестандартного
анализа».



АЮР КИРУСС Основные понятия о 108
нестандартном анализе. М., 2009 г

Якоб Уолтон (Jacob Walton)



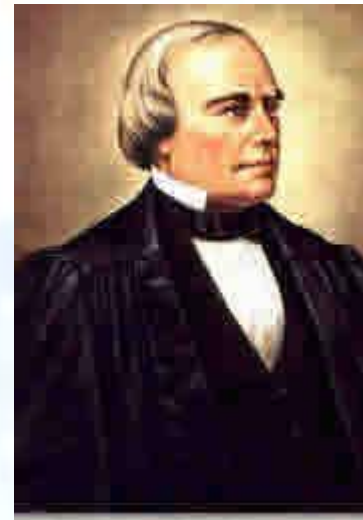
Ruth Wallis, 'Who was J. Walton, adversary of Bishop Berkeley', *Annals of science*, 51 (1994) 539-540



Томас
Симпсон
(1710-1761)

1737 г. –
«Новый
трактат о
флюксиях»

Как измерить мгновенную скорость движущегося объекта (флюксию)?
«мы можем просто определить ее (флюксию) как путь, который мог быть пройден, если бы ускорение или замедление было приостановлено в предложенный момент, в который флюксия отыскивается)» (Симпсон)



Джеймс Джюрин
(1684-1750)



Бенджамин Робинс
(1707-1751)

«Я понимаю под пределом переменной величины некоторую определенную величину, к которой, по предположению, постоянно стремится переменная величина и подходит к ней ближе, чем на любую заданную разность» (Джюрин)

Ньютоновское последнее значение переменной величины – «предел, к которому переменная величина стремится с любой степенью близости, хотя она и не может никогда стать ей абсолютно равной» (Робинс)



КОЛИН МАКЛОРЕН (1698-1746)





Трактат о флюксиях

Книга 1, «Основы метода флюксий»

- 4 аксиомы о равномерном и ускоренном (замедленном) движении
- 15 теорем, на языке механики излагаются правила дифференцирования и интегрирования
- приложение к геометрическим величинам

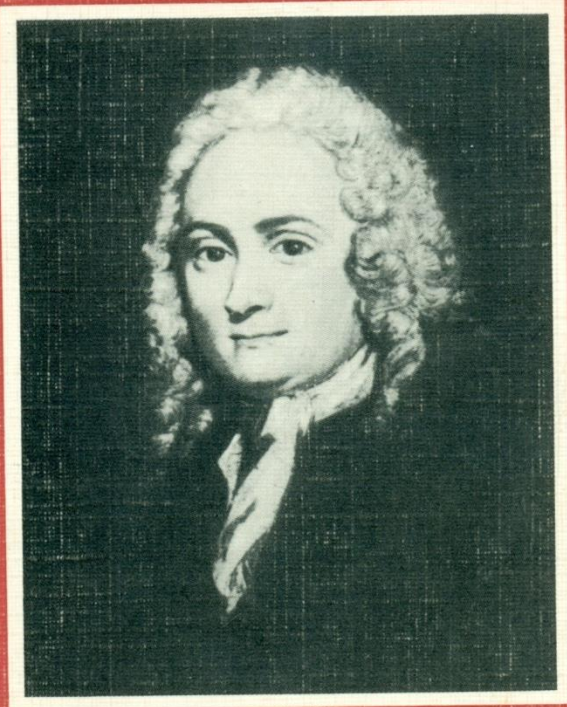
Книга 2

Приложения общих теорем к произвольным величинам, заданным аналитическими выражениями

Вклад в матем. анализ

- Теория экстремумов
- Несобственные интегралы
- Теория рядов
- Эллиптические интегралы

$$\int \frac{x^{\pm 1/2} dx}{\sqrt{a \pm bx \pm cx^2}}$$



М. М. Коренцова
**Колин
МАКЛОУРЕН**

AN
A C C O U N T
OF
SIR ISAAC NEWTON'S
PHILOSOPHICAL DISCOVERIES,
IN FOUR BOOKS.

BY
COLIN MACLAURIN, A. M.

*Late Fellow of the Royal Society, Professor of Mathematics in the University of
EDINBURGH, and Secretary to the Philosophical Society there.*

Published from the Author's Manuscript Papers,

By *PATRICK MURDOCH*, M. A. and F. R. S.

L O N D O N

PRINTED FOR THE AUTHOR'S CHILDREN:

And Sold by A. MILLAR, and J. NOURSE, over against *Catharine-street* in the
Strand; G. HAMILTON and J. BALFOUR, and A. KINCAID at *Edinburgh*;
J. BARRY at *Glasgow*, and J. SMITH at *Dublin*. M.DCC.XLVIII.

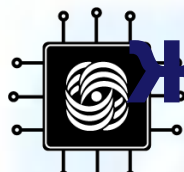
Geometria Organica :
SIVE
DESCRIPTIO
LINEARUM CURVARUM
UNIVERSALIS.

AUCTORE
COLINO MAC LAURIN, *Matheseos in Collegio Novo
Abredonensi Professore, & Reg. Soc. Soc.*

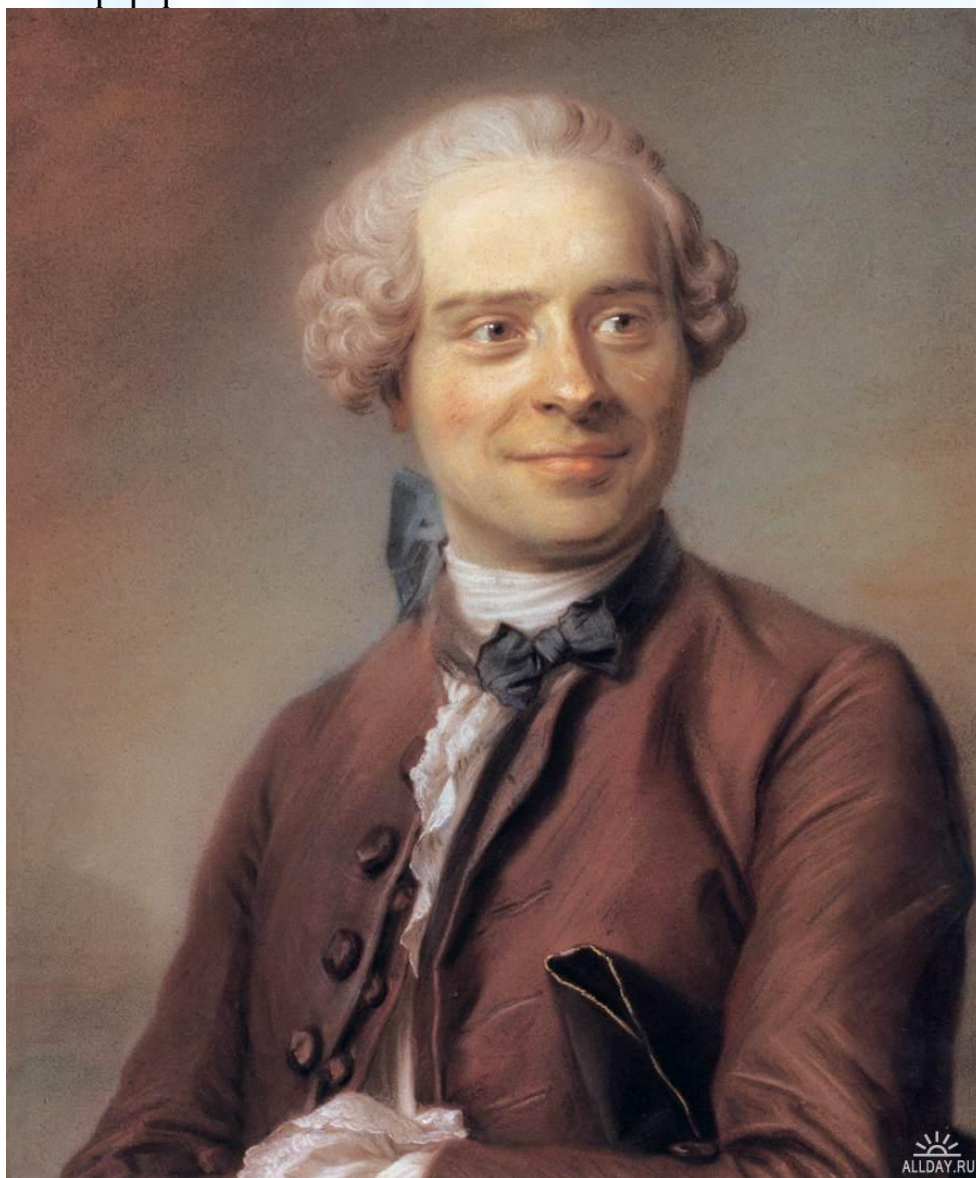


L O N D I N I :

Impensis GUL. & JOH. INNYS, Regiæ Societatis Typo-
graphorum in Arcâ Occidentali D. Pauli. MDCCXX.



Жан ле Рон Даламбер (1717-1783)



Кобеко Д. Екатерина II и Даламбер
(Новооткрытая переписка Даламбера
с Екатериной и другими лицами) –
http://www.vostlit.info/Texts/Dokumenty/Russ/XVIII/EkaterinaII/Istoriceskij_vestnik/1/text1.htm

TRAITÉ DE DYNAMIQUE,

DANS LEQUEL LES LOIX DE L'EQUILIBRE
& du mouvement des Corps sont réduites au plus petit nombre
possible, & démontrées d'une manière nouvelle, & où l'on donne
un Principe général pour trouver le Mouvement de plusieurs Corps
qui agissent les uns sur les autres d'une manière quelconque.

*Par M. D'ALEMBERT, de l'Académie Française, des
Académies Royales des Sciences de France, de Prusse &
d'Angleterre, de l'Académie Royale des Belles Lettres de
Suède, & de l'Institut de Bologne.*

Nouvelle Edition, revue & fort augmentée par l'Auteur.



A PARIS,

Chez DAVID, Libraire, rue & vis-à-vis la grille des Mathurins.

M. DCC. LVIII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial v}{\partial x}$$

ENCYCLOPÉDIE, OU DICTIONNAIRE RAISONNÉ DES SCIENCES, DES ARTS ET DES MÉTIERS.

PAR UNE SOCIÉTÉ DE GENS DE LETTRES.

Mis en ordre & publié par M. DIDEROT, de l'Académie Royale des Sciences & des Belles-
Lettres de Prusse, & quant à la PARTIE MATHÉMATIQUE, par M. D'ALEMBERT,
de l'Académie Royale des Sciences de Paris, de celle de Prusse, & de la Société Royale
de Londres.

*Tantum seris justitiae pollet,
Tantum de studio sumptus accedat honoris! HORAT.*

TOME PREMIER.



A PARIS,

Chez { BRIASSON, rue Saint Jacques, à la Science.
DAVID l'aîné, rue Saint Jacques, à la Plume d'or.
LE BRETON, Imprimeur ordinaire du Roy, rue de la Harpe.
DURAND, rue Saint Jacques, à Saint Landry, & au Griffon.

M. DCC. LI.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.

Ю.И. Ю.И. вич А.П. Развитие понятия предела до К.Вейерштрасса //Историко-математические исследования, в. XXX. – М.: Наука, 1986. С.11-80

«Говорят, что если одна величина является пределом другой величины, если эта вторая может стать к первой ближе, чем на любую данную величину, как бы ни была мала эта последняя, причем, однако, приближающаяся величина никогда не может превзойти величину, к которой приближается, и причем разность этой величины и ее предела абсолютно не указуема»





Жак Антуан Кузен (1739-1800)

Дифференциальное и интегральное изчисление, Собранное на французском языке г. Кузенем, Парижскаго Института членом, и приумноженное при предложении на российской С.Гурьевым, Академии Наук Академиком, Училища корабельной Архитектуры Профессором и Академии Российской членом

**«Опыт об
усовершенствовании
элементов геометрии»**

Симон Луилье (1750-1840)

lim

Шатунова С. Е. Теория пределов Симона Люилье // Историко-математические исследования, 1966, т. XVII, стр. 325.

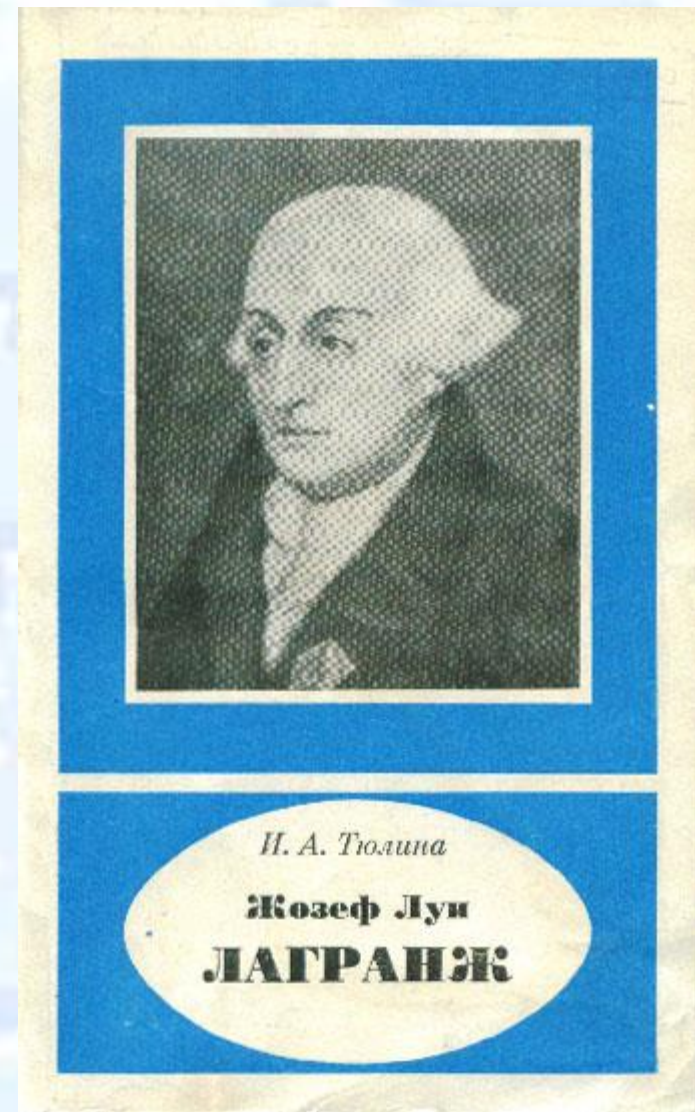
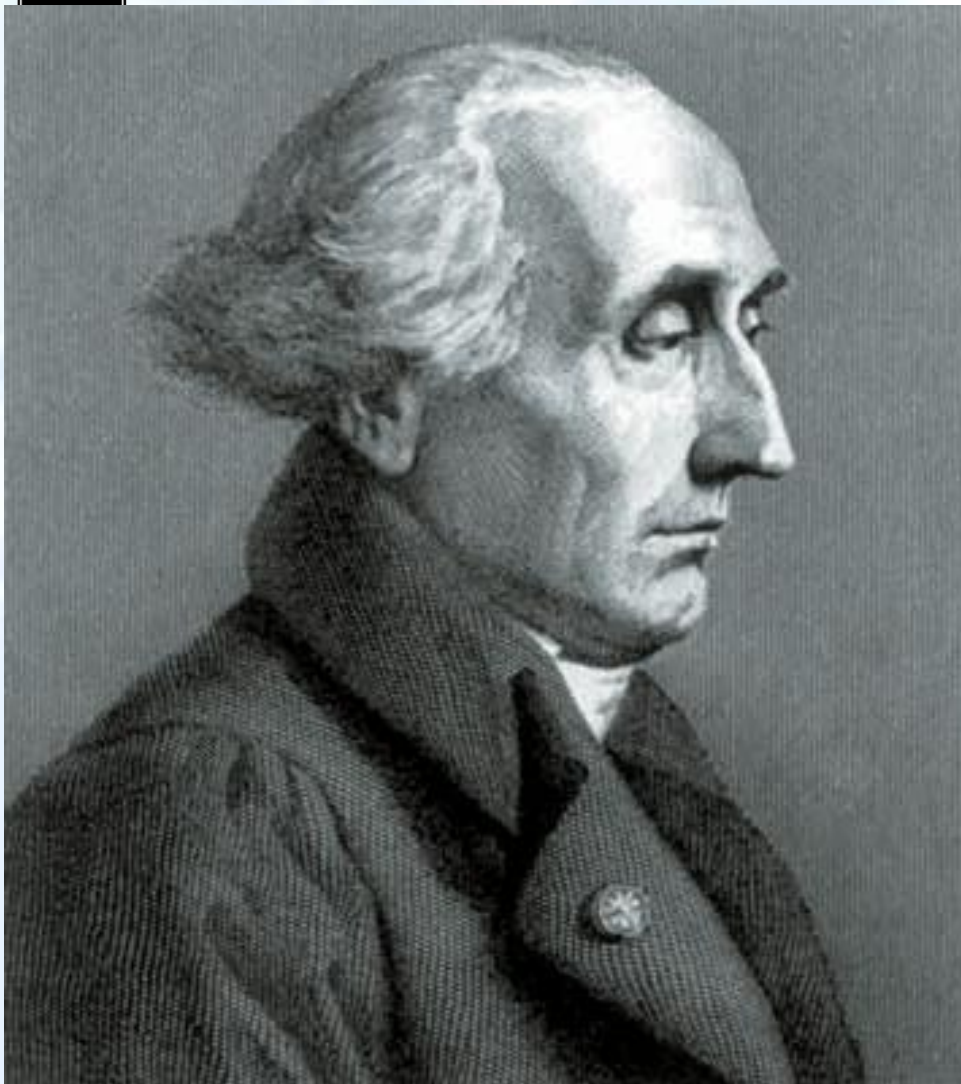
Семен Емельянович Гурьев (1764—1813)

$$dy/dx = \Pi \Delta y / \Delta x$$





Жозеф Луи Лагранж (1736-1813)



<http://reslib.com/book/Lagranzh>



Иоганн Генрих Ламберт
(1728-1777)

«Размышления об
алгебраическом решении
уравнений»



«Лагранж был безупречным человеком и именно поэтому и великим»

Математик совершенен лишь постольку, поскольку он является совершенным человеком, поскольку он ощущает в себе прекрасное, присущее истине; только тогда его творчество становится основательным, чистым, ясным, одухотворенным, действительно изящным. Все это требуется, чтобы уподобиться Лагранжу» (И.В.Гете)





Теория производных функций Лагранжа



"Теория аналитических функций" (1797)

"Лекции об исчислении функций" (1801)

$$f(x+i) = f(x) + p(x)i + q(x)i^2 + \dots$$

$$f(x+i) = f(x) + f'(x)i + \frac{f''(x)}{2}i^2 + \frac{f'''(x)}{3}i^3 + \dots$$

ESSAIS
DE GÉOMÉTRIE,
SUR LES PLANS
ET
LES SURFACES COURBES;
(Ou *Éléments de Géométrie descriptive*):
PAR SILVESTRE-FRANÇOIS LACROIX.



A PARIS,
Chez { FUCHS, Libraire, quai des Augustins,
N°. 28;
RÉGENT et BERNARD, Libraires,
même quai, N°. 37.
—
L'AN III^e DE LA RÉPUBLIQUE.
M. DCC. XCV.

Сильвестр Франсуа
Лакруа
(1765 — 1843)

DU CALCUL
DES
DÉRIVATIONS;

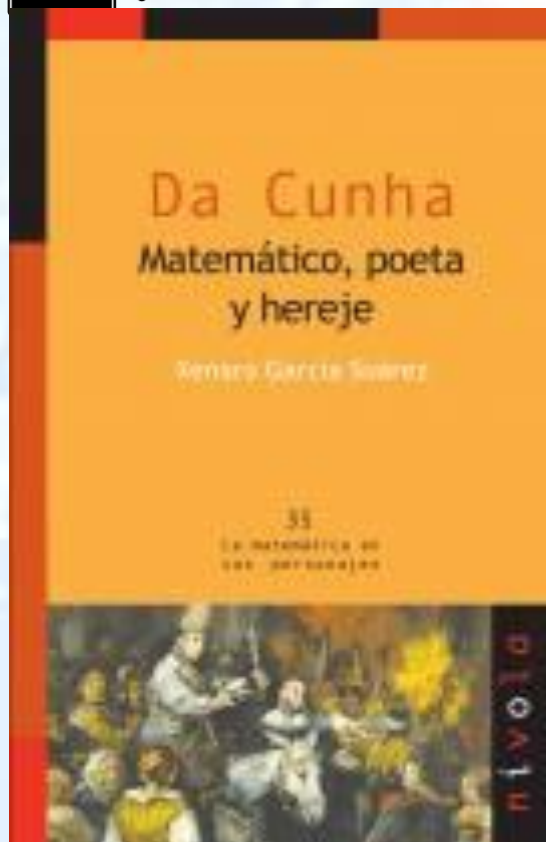
PAR L. F. A. ARBOGAST,
De l'Institut national de France, Professeur de
Mathématiques à Strasbourg.

A STRASBOURG,
DE L'IMPRIMERIE DE LEVRAULT, FRÈRES.
AN VIII (1800).

Луи Франсуа
Антуан Арбогаст
(1759-1803) 121



Жозе Анастасио да Кунья (1744-1787)



<http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/pessoal/acunha.html>

Юшкевич А.П. Ж. А. да Кунья и проблемы обоснования математического анализа // ИМИ - 1973. № 18. С. 157–175.



Лазар Карно 1753-1823



Сентябрь 1792 - член Конвента

Январь 1793 - член Комитета
общей обороны

Август 1793 – член Комитета

Общественного спасения

Октябрь 1793 - битва при
Ваттиньи

С 5 по 19 мая 1794 –

Председатель Конвента

Май-август 1797 – Президент
Директории



«Инженер всегда в опасности, он должен смотреть на смерть хладнокровно. Он не спешит ей навстречу, как пехотный командир – она сама приходит к нему. Он всегда должен быть там, где раздается гром. Но он не управляет им; он наблюдает его для того, чтобы своим искусством сохранять других, не думая о собственной безопасности»



Лазар Карно в битве при Ваттиньи.



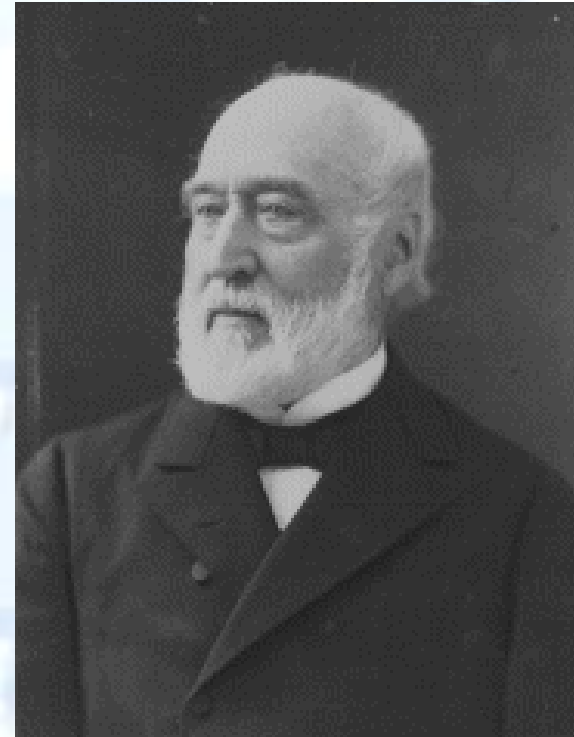
Художник Оскар Гюе Версаль



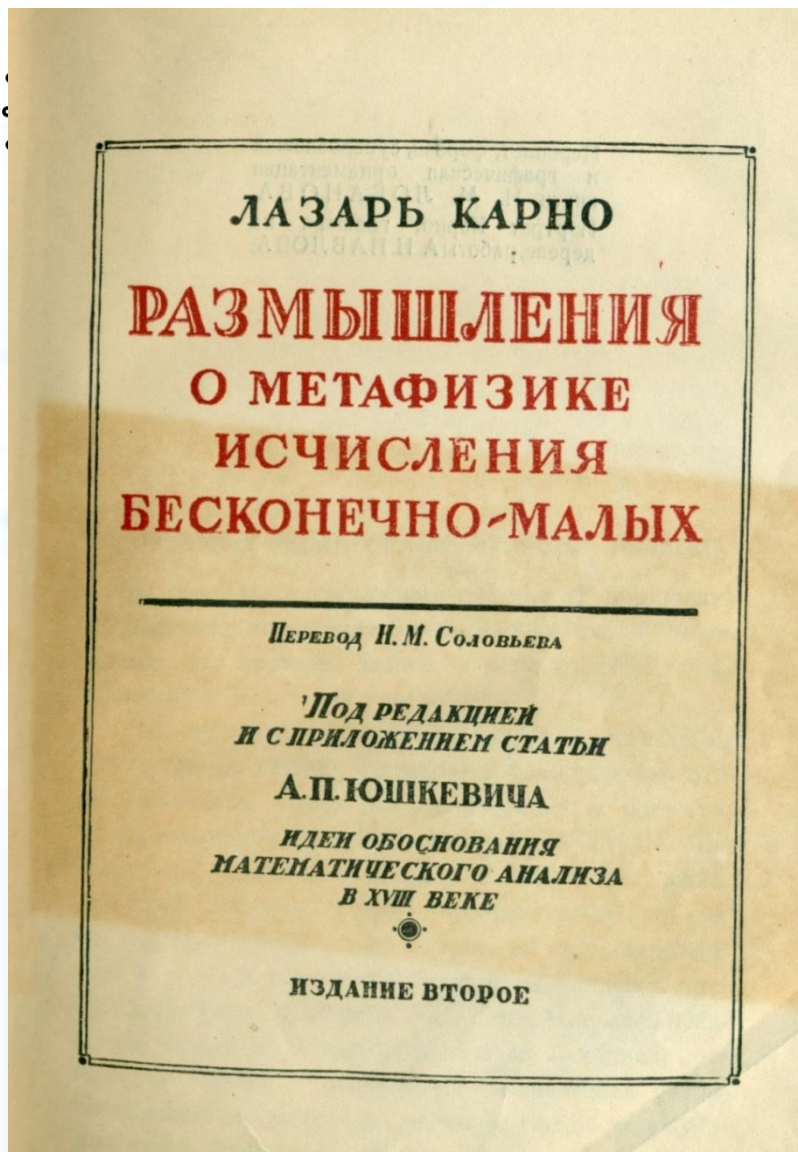
**Николя Леона́рд
Саді Карно́
(1796—1832)**



**Мари Франсуа
Саді Карно
1837 - 1994**



**Лазарь-
Ипполит Карно
(1801-1888)**



- Глава 1 – общие принципы анализа бесконечно малых
- Глава 2 – разбор основных направлений анализа (дифференциальное исчисление, его приложения, интегральное исчисления с приложениями, вариационное исчисление) и с математической, и с философской точек зрения,
- Глава 3 – обзор основных методов (исчерпывания, неделимых, первых и последних отношений, флюксий...)

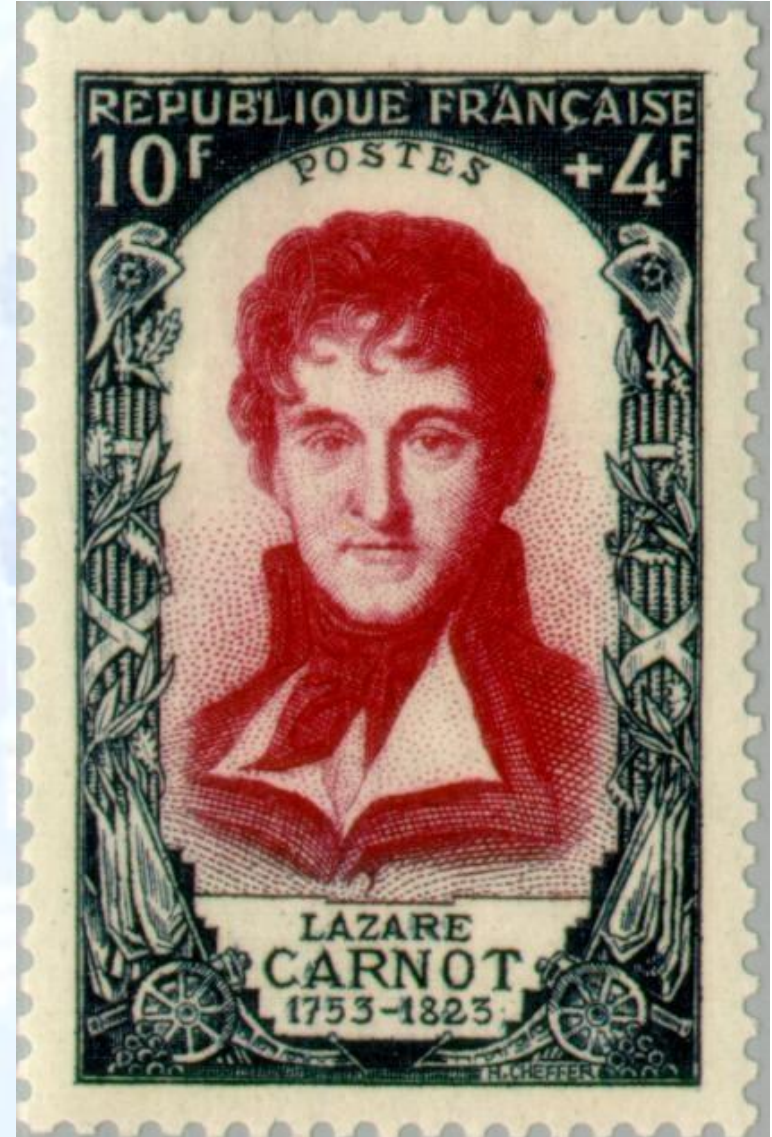
Юшкевич А.П. Л. Карно и конкурс Берлинской академии наук 1786 г. на тему о математической теории бесконечного //ИМИ, 1973. № 18. С. 132–156.

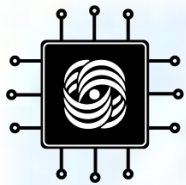


Теория компенсации ошибок

- 1) Точное или несовершенное уравнение при замене какой-либо переменной на вспомогательную, переходит в точное или несовершенное.
- 2) Уравнение, содержащее только означенные количества, не может быть несовершенным

«Если дано уравнение, обе стороны которого разнятся между собой бесконечно мало, то какую-либо входящую в них величину можно заменить другой, бесконечно мало от нее отличной, причем от этого не произойдет никакой ошибки в означенном результате; и дело обстоит также во всех предложениях, которые можно выразить подобного рода уравнениями»





Спасибо за внимание!